

**ANÁLISIS LÓGICO MATEMÁTICO**

1. Lic. Watson Baltazar Gonzales
2. Prof. May Hoyos Tello
3. Lic. Percy Sánchez Yupanqui
4. Lic. Angel Carlili Flores Cavero

**PRIMERA UNIDAD**

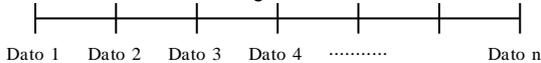
**SEMANA 01**

**TEMA 01: ORDEN DE INFORMACION**

Utilizaremos la habilidad mental, el orden y la memoria, no es necesario tener antecedentes matemáticos, solo pequeñas nociones de lógica.

**ORDENAMIENTO HORIZONTAL**

Los problemas de esta parte contienen datos de un mismo tipo, se busca ordenarlos de forma creciente o decreciente, los datos se ubican en una recta de manera lógica.



**Ejemplo 01:**

En un examen Giancarlo obtuvo menos punto que Ibethe, Elías menos puntos que Giancarlo y Aurora más puntos que Elena si Elena obtuvo más puntos que Ibethe. **¿Quién obtuvo el puntaje más alto?**

- a) Elías                      b) Ibethe                      c) Aurora  
 d) Elena                      e) Giancarlo

**Resolución:**

Trazamos una recta horizontal para ubicar los datos de (-) a (+).

Del enunciado planteamos:

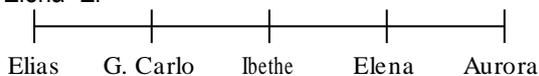
Gian Carlo=G

Ibethe=I

Elías=E

Aurora=A

Elena=El



Del grafico se observa que la quien obtuvo más puntaje es **Aurora** **Rpta.**

**ORDENAMIENTO VERTICAL**

Los datos del problema se ubican de forma vertical en un cuadro o lista de forma que entre ellos exista una relación que el enunciado nos indica.

DATO 1	
DATO 2	
DATO 3	

**Ejemplo 02:**

Cuatro hermanos viven en un edificio de cuatro pisos, Elías vive en el primer piso, Aurora vive más abajo que Gian Carlo y Iván vive en el inmediato superior a Aurora. **¿En qué piso vive Iván?**

- a) primero                      b) segundo                      c) tercero  
 d) cuarto                      e) N.A.

**Resolución:**

Del enunciado

4to piso	Gian Carlo
3er piso	Ivan
2do piso	Aurora
1er piso	Elías

Como se observa Iván radica en el **Tercer piso** **Rpta.**

**CUADRO DE DECISIONES**

Esto se da cuando se presentan diversos datos que deben ser relacionados entre sí; se busca ubicarlos en un cuadro o tabla.

	Ingeniero	Abogado	Medico
Aurora	si	x	x
Iván	x	si	x
Giancarlo	x	x	si

**Ejemplo 03:**

Tres hermanos, Elías, Dante y Teresa se entretienen con objetos diferentes (cartas, llavero y globos); donde se sabe que:

\* Dante le dice al dueño del llavero que el otro hermano tiene las cartas.

\* Elías le dice al dueño del llavero que su entretenimiento nada tiene que ver con los

globos ¿Qué entretenimiento tiene Elías y quien se entretiene con los globos?

- a) Elías–globos                      b) Teresa–globos  
c) Dante– globos                    d) Elías–Cartas  
e) Roberto–globos

**Resolución:**

	Llavero	Cartas	Globos
Elías	F	F	V
Dante	F	V	F
Teresa	V	F	F

Roberto – globos

**Ejemplo 04:**

Tres amigos con nombres diferentes tienen cada uno un animal diferente, donde se conoce que:

- ◆ El perro y el gato peleaban
- ◆ Jorge le dice al dueño del gato que el otro amigo tiene un canario.
- ◆ Julio le dice a Luís que su hija es veterinaria
- ◆ Julia le dice al dueño del gato que este quiso comerse al canario.

¿Qué animal tiene Luís?

- a) Gato                      b) Canario                      c) Perro  
d) Perro–Gato            e) N.A.

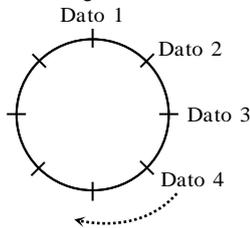
**Resolución:**

	Perro	Gato	Canario
Jorge	Si	x	x
Julio	x	x	Si
Luís	x	Si	x

Luís tiene un Gato Rpta.

**ORDENAMIENTO CIRCULAR**

Cuando los datos los ubicamos en forma circular generalmente siguiendo un mismo sentido.



**Ejemplo 05:**

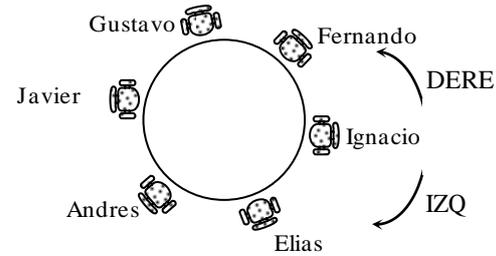
Alrededor de una mesa circular se sientan seis personas ubicadas simétricamente. Ignacio no está al lado de Javier ni de Gustavo, Elías no está al lado de Fernando ni de Gustavo, Javier no está

al lado de Fernando ni de Elías, Andrés está junto a la derecha de Javier. ¿Quién está sentado junto a la derecha de Elías?

- a) Javier                      b) Gustavo                      c) Fernando  
d) Andrés                    e) Ignacio

**Resolución:**

Colocando en sus posiciones de acuerdo a los datos.



El que se sienta junto a la derecha de Elías es Ignacio Rpta.



1. Si Miluska no está después de Isabel, pero tampoco antes de Melissa. También: Yuli no está después de Miluska, pero sí de Melisa. La secuencia de las 4 amigas de mayor a menor es:

- A) Melissa, Yuli, Miluska, Isabel  
B) Miluska, Yuli, Isabel, Melissa  
C) Melissa, Miluska, Yuli, Isabel  
**D) Isabel, Miluska, Yuli, Isabel**  
E) Yuli, Melissa, Isabel, Miluska

2. Ángel, Bryan, Cristian y Darío son cuatro detectives que se han especializado en combatir diferentes modalidades de delitos: robo, estafa, secuestros y asesinatos, no necesariamente en ese orden. Se sabe que:

- Cristian capturó al cabecilla del último asalto a un banco.
- En una intervención del departamento de homicidios, Bryan fue herido de bala.
- Hace un tiempo, Ángel rescató a una niña de manos de un captor.

Cierta persona engañó a una anciana con el cuento de la “casa propia”. **El detective que se encarga de este caso es:**

- a) Ángel                      b) Bryan                      c) Cristian  
d) Darío                      e) N.A.

3. Los Flores, Cubas, Guerrero y Anicama son cuatro familias de Ucayali que van a viajar en sus vacaciones a cusco, Arequipa, Huancavelica y Moquegua, no necesariamente en ese orden. Se sabe que:

- Ninguna familia fue al lugar de nacimiento de los padres.
- El señor guerrero y su familia viajarán a Arequipa.
- La familia Anicama no viajará a Cusco ni Moquegua.
- El señor Flores es de Huancavelica y su esposa de Cusco.

Con toda seguridad, **¿en qué lugar no nacieron los esposos Cubas?**

- a) Cusco                      b) Arequipa                      c) Huancavelica  
d) Moquegua                      e) N.A.

4. 4 amigos: Axel, Belisario, Casimiro y Dalmiro, viven en un mismo edificio en diferentes pisos. Si se sabe que:

- Belisario vive en el primer piso
- Casimiro vive adyacente a Dalmiro y Belisario.
- Axel vive más arriba que Dalmiro.

**¿En qué piso vive Dalmiro?**

- a) Primer                      b) Segundo                      c) Tercer  
d) cuarto                      e) N.A.

5. Tito, Lalo, Luis y Eduardo practican los siguientes deportes: futbol, atletismo, natación y tenis; y viven en los distritos de Los Olivos, Breña, San Borja y Miraflores. Se sabe que:

- Luis no vive en Los Olivos ni en Breña.
- El atleta vive en los Olivos.
- Lalo vive en Miraflores.
- Eduardo es futbolista.
- El nadador nunca ha emigrado de San Borja.

**¿Qué deporte practica Lalo?**

- a) Natación                      b) Atletismo                      c) futbol  
d) Tenis                      e) Básquetbol

6. Lucy, Lupe y Lucho terminaron sus estudios en Arte, ingeniería, matemática y educación (una carrera por persona). Se sabe: Lucy no estudió arte; Lupe habría estudiado educación si Lucas hubiera estudiado ingeniería; Lucho quiere empezar a estudiar matemática; Lucas estudiaría artes si Lupe lo hiciera; Lucy estudiaba educación, pero se trasladó a matemáticas. **¿Qué estudiaron Lupe y Lucho?**

- a) Arte - economía                      b) Ingeniería - arte  
c) Arte – Educación                      d) Educación – Arte  
e) Ingeniería - Economía

7. Teófilo es el alumno más alto en un salón. En el mismo salón Burto es más alto que Cirilo y más bajo que Dum. De estas afirmaciones se puede decir que:

- Burto, Cirilo y Dum son más bajos que Teófilo.
- Dum es más bajo que Burto y más alto que Cirilo.
- Dum es más bajo que todos.

**Son verdaderas:**

- a) Todas                      b) I y III                      c) solo II  
d) Ninguna                      e) solo I

8. Cinco amigos están sentados uno al lado del otro, en una fila. Se sabe que:

- Vilma se sienta a la izquierda de José.
- Eder está a la derecha de Dante.
- Adrián está junto y a la derecha de José y, además está junto a Dante.

**¿Quién está en el extremo derecho?**

- a) Adrián                      b) Eder                      c) José  
d) Vilma                      e) Dante

9. Rita, Consuelo y Ana son amigas. Una es soltera, otra es casada y la otra es viuda, (no necesariamente en ese orden). Se sabe que:

- Ana no es casada y debe 5 soles a la verdulera.
- La viuda y Rita solo se deben a la carnicera.

**¿Quién es la casada?**

- a) la verdulera                      b) Ana                      c) Rita  
d) Faltan datos                      e) Consuelo

10. Una persona juega al póker alrededor de una mesa redonda. Luis no está sentado al lado de Enrique ni de José. Fernando no está al lado de Gustavo ni de José.

Pedro está junto a Enrique ¿Quién está sentado a la derecha de Pedro?

- a) Gustavo      b) Fernando      c) Pedro  
d) José          e) Enrique



11. Se deben realizar 5 actividades A, B, C, D y E por día desde el lunes hasta el viernes. Si se sabe que:

- B se realiza después de D.
- C se realiza 2 días después de A.
- B se realiza jueves o viernes.

¿Qué actividad se realiza el martes?

- a) Actividad E    b) Actividad B    c) Actividad A  
d) Actividad D    e) Actividad C

12. Cinco amigas: Marianela, María, Norma, Silvia y Diana viven en un edificio de 6 pisos, cada una en un piso diferente. Además:

- El cuarto piso está desocupado.
- Silvia vive en el piso adyacente al de Marianela y al de Norma.
- Diana no vive en el último piso.

¿Quién vive en el último piso?

- a) Marianela    b) Norma      c) Diana  
d) María        e) Silvia

13. Aníbal invita a cenar a sus amigos: Betty, Celinda, Daniel, Eduardo y Felipe; éste último por razones de fuerza mayor, no pudo asistir. Se sientan alrededor de una misma mesa circular con 6 asientos diferentes distribuidos simétricamente. Si:

- Aníbal se sienta junto a Eduardo y Daniel.
- Frente a Eduardo se sienta Betty
- Junto a un hombre no se encuentra el asiento vacío.

¿Entre quienes se sienta Eduardo?

- a) Aníbal y Celinda    b) Felipe y Betty  
c) Celinda y Daniel    d) Aníbal y Daniel  
e) Betty y Daniel

14. A una reunión asistieron 3 amigos: Marcos, Hugo y Carlos; y 3 damas: Pilar, Nora y Sara. Terminada la actividad cada uno de ellos salió acompañado por una dama. Hugo salió con la amiga de Nora. Pilar que no simpatiza con Nora, salió antes con Marcos. ¿Quién acompañó a Sara?

- a) Carlos      b) Marcos      c) Hugo  
d) Ninguno    e) Todos

15. Cenaban juntos Alan, Alberto y Alejandro, uno de ellos llevaba corbata blanca, otra corbata roja y el otro negro, pero no en el mismo orden.

En un corto dialogo se escucha que:

- El señor de la corbata roja dice: “es curioso, a pesar de que, nuestros apellidos son los mismos que los colores de nuestra corbata, ninguno lleva su correspondiente”.
- El señor blanco responde: “Ud. Tiene razón”.

¿De qué color es la corbata del señor Blanco y del señor rojo?

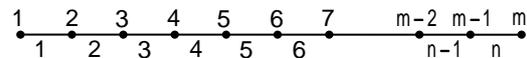
- a) Negra y blanca    b) Roja y blanca  
c) Roja y negra     d) blanca y negra  
e) Roja y roja

## SEMANA 01

### TEMA 02: CONTEO DE FIGURAS

#### I. CONTEO DE FIGURAS GEOMETRICAS PLANAS CONVEXAS.

##### 1. Número de segmentos



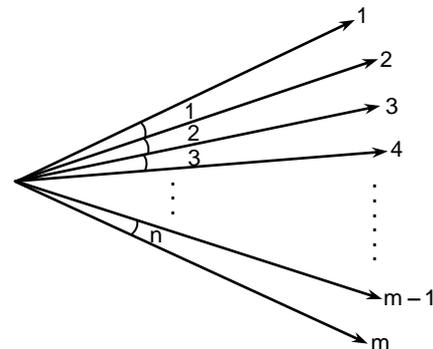
$$\boxed{N^{\circ} \text{ seg} = \frac{m(m-1)}{2}} \quad \text{ó} \quad \boxed{N^{\circ} \text{ seg} = \frac{n(n+1)}{2}}$$

Donde:

m: número de puntos extremos de cada segmento.

n: número de espacios segmentales simples

##### 2. Número de ángulos agudos



$$\boxed{N^{\circ} \square = \frac{m(m-1)}{2}} \quad \text{ó} \quad \boxed{N^{\circ} \square = \frac{n(n+1)}{2}}$$

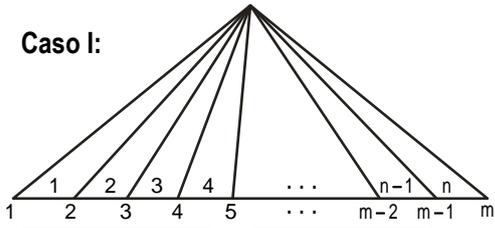
Donde:

m: número de rayos

n: número de ángulos simples

### 3. Número de Triángulos ( $\Delta$ )

Caso I:



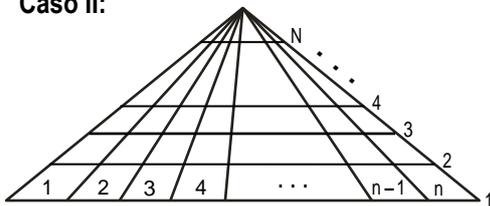
$$\text{N}^\circ \Delta = \frac{m(m-1)}{2} \quad \text{ó} \quad \text{N}^\circ \Delta = \frac{n(n+1)}{2}$$

Donde:

m: número de lados adyacentes a la base

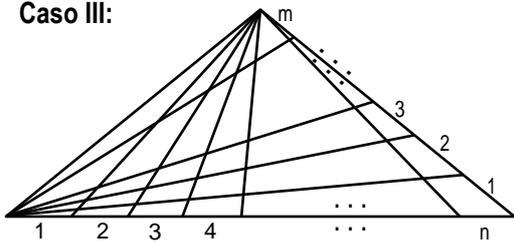
n: número de espacios triangulares simples

Caso II:



$$\text{N}^\circ \Delta = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right] \times N$$

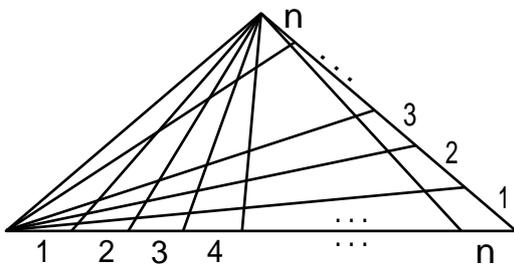
Caso III:



$$\text{N}^\circ \Delta = \frac{mn(m+n)}{2}$$

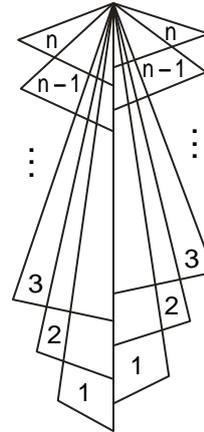
Donde:

m y n: indican la cantidad de espacios triangulares, pero si  $m=n$ ; entonces la fórmula se reduce a la siguiente forma:



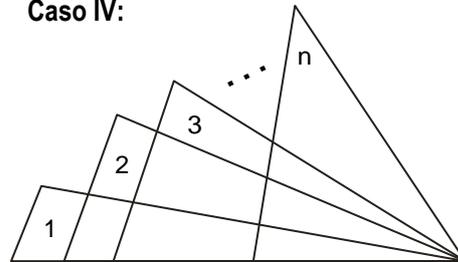
$$\text{N}^\circ \Delta = n^3$$

Caso IV:



$$\text{N}^\circ \Delta = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

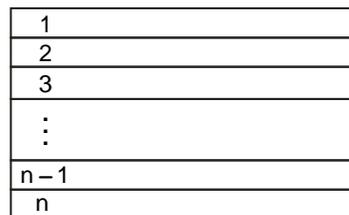
Caso IV:



$$\text{N}^\circ \Delta = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

### 4. Número de Cuadriláteros ( $\square$ )

Caso I:



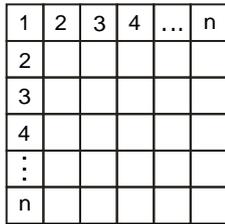
$$\text{N}^\circ \square = \frac{n(n+1)}{2}$$

Caso II:

1	2	3	4	...	m
2					
3					
⋮					
n-1					
n					

$$N^{\circ} \square = \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{m(m+1)}{2}$$

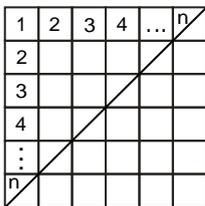
5. Número de Cuadrados (□)



$$N^{\circ} \square = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

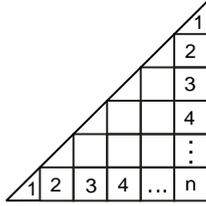
6. Número de Triángulos Rectángulos

Caso I:



$$N^{\circ} \triangle = n(n+1)$$

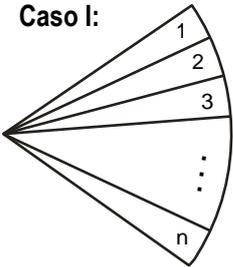
Caso II:



$$N^{\circ} \triangle = \frac{n(n+1)}{2}$$

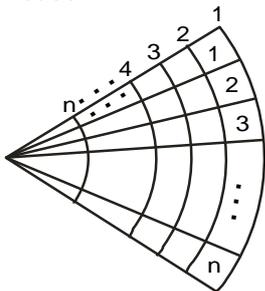
7. Número de sectores circulares

Caso I:



$$N^{\circ} \text{ sect.} = \frac{n(n+1)}{2}$$

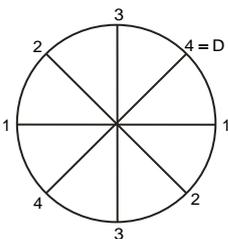
Caso II:



$$N^{\circ} \text{ sect.} = \frac{n(n+1)}{2} \times n$$

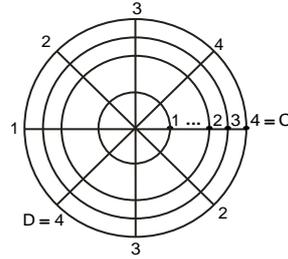
8. Número de semicírculos

Caso I:



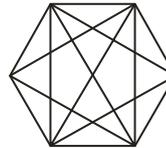
$$N^{\circ} \text{ semicir} = 2D$$

Caso II:



$$N^{\circ} \text{ semicir} = 2CD$$

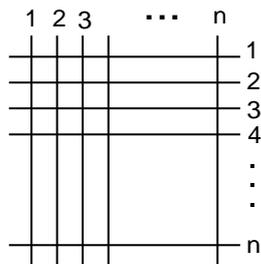
9. Número de triángulos formados por las diagonales de un polígono regular



$$N^{\circ} \triangle = D(D+2)$$

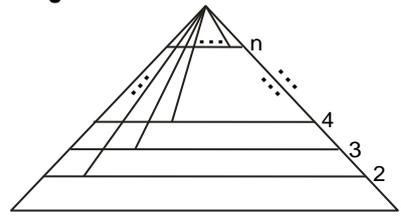
$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

10. Número de segmentos entre rectas secantes



$$N^{\circ} \text{ seg.} = n(n+1)(n+2)$$

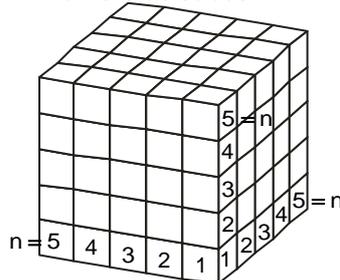
11. Número de triángulos de la forma siguiente:



$$N^{\circ} \triangle = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

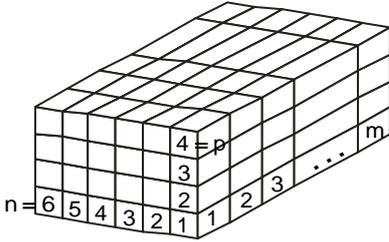
II. CONTEO DE FIGURAS GEOMETRICAS EN EL ESPACIO

1. Número de cubos



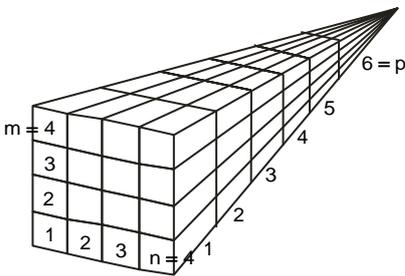
$$\text{N}^\circ \text{ cubos} = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

2. Número de Paralelepípedos



$$\text{N}^\circ \text{ paralelepípedos} = \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{m(m+1)}{2} \times \frac{p(p+1)}{2}$$

3. Número de Pirámides



$$\text{N}^\circ \text{ pirám} = [nm + (n-1)(m-1) + (n-2)(m-2) + \dots]p$$

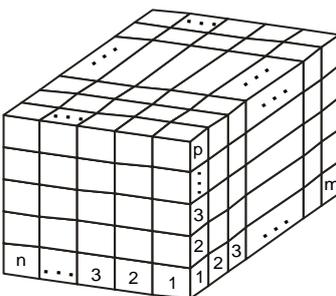
4. Número de cuadrados en un rectángulo

Los puntos suspensivos indican que continúan apareciendo más sumandos hasta que uno de ellos presente como factor a la unidad.

m				...		
m-1						
⋮						⋮
3						
2						
1	2	3	4	...	n-1	n

$$\text{N}^\circ \text{ cuad.} = nm + (n-1)(m-1) + (n-2)(m-2) + \dots$$

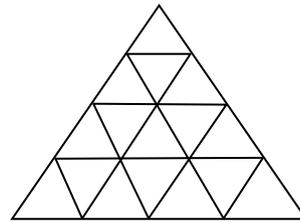
5. Número de cubos en un paralelepípedo



$$\text{N}^\circ \text{ cubos} = nmp + (n-1)(m-1)(p-1) + (n-2)(m-2)(p-2) + \dots$$

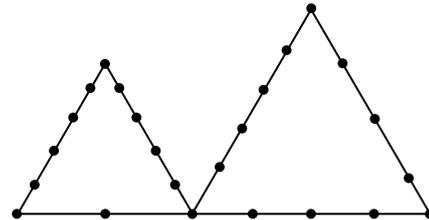


1. Determinar la cantidad máxima de triángulos en el gráfico.



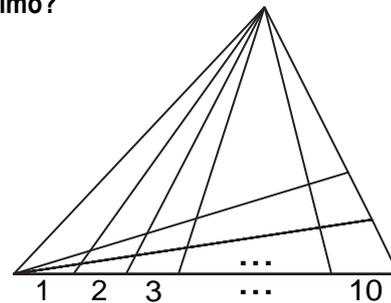
- A) 17    B) 18    C) 20    D) 25    **E) 27**

2. ¿Cuántos segmentos hay en la figura?



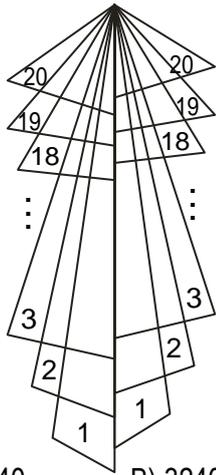
- A) 76**    B) 55    C) 80    D) 81    E) N.A.

3. ¿Cuántos triángulos se encuentran como máximo?



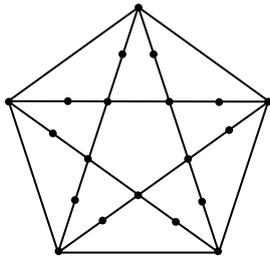
- A) 150    B) 130    C) 145    D) 155    **E) 195**

4. ¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



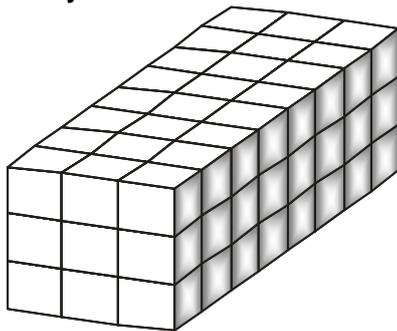
- A) 1240      B) 3240      **C) 3080**  
 D) 4000      E) 8000

5. Determine el número total de segmentos en:



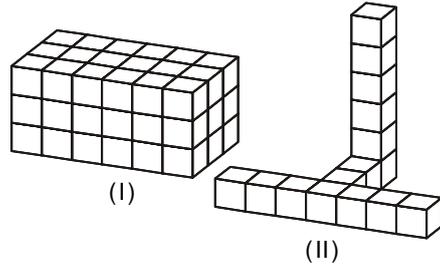
- A) 75      B) 70      **C) 80**      D) 85      E) 100

6. ¿Cuántos paralelepípedos, que no son cubos hay?



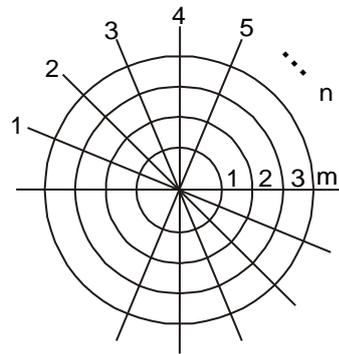
- A) 2000      B) 3000      C) 2010  
 D) 2500      E) 3010

7. ¿Cuántos cubitos como mínimo se debe agregar en cada caso para obtener un cubo compacto?



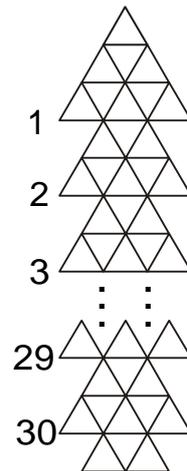
- A) 160; 320      B) 150; 300      **C) 162; 328**  
 D) 152; 318      E) 180; 380

8. ¿Cuántas semicircunferencias se encuentran como máximo en la figura mostrada?



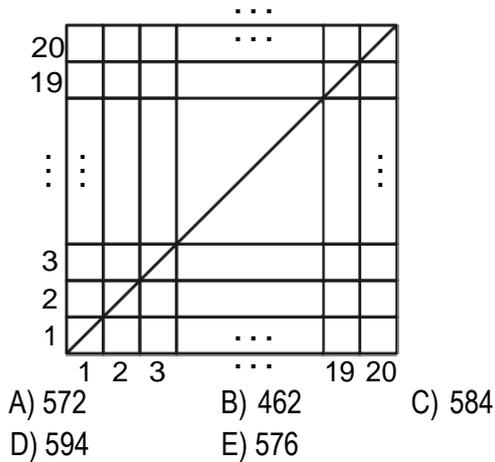
- A)  $2(m + n)$       B)  $2(m - n)$       **C)  $2mn$**   
 D)  $(m + n) / 2$       E)  $(m + 1)(n + 1)$

9. En la figura mostrada, ¿Cuántos triángulos se puede contar en total?

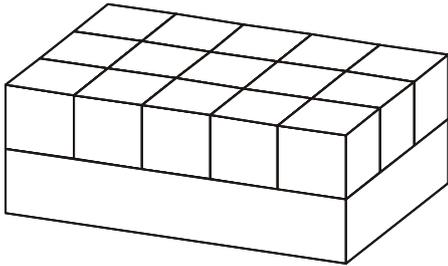


- A) 365**      B) 361      C) 370  
 D) 463      E) 520

10. Hallar el total de triángulos en:

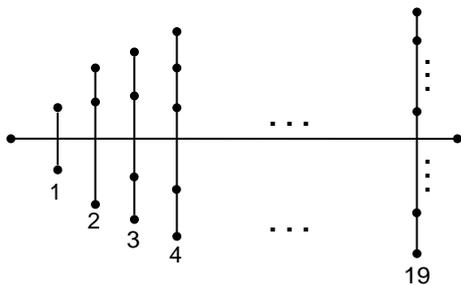


1. Halle el número de paralelepípedos que no son cubos.



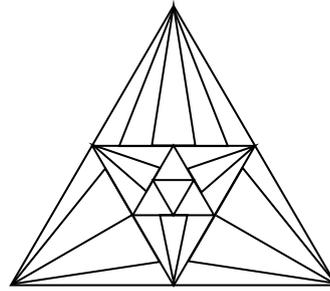
- A) 90    B) 92    C) 150    **D) 77**    E) 66

2. Halle el número total de segmentos



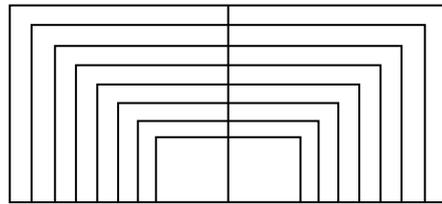
- A) 3078      **B) 2100**      C) 1749  
D) 1509      E) 2000

3. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



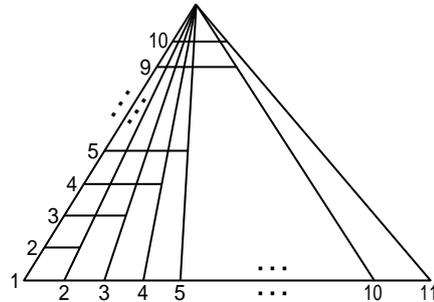
- A) 60    B) 59    C) 58    D) 61    E) 62

4. En la figura mostrada:  
A = # total de hexágonos  
B = # total de octógonos  
C = # total de cuadriláteros  
Hallar "A - B - C"



- A) 6    B) 8    **C) 7**    D) 4    E) 9

5. Determinar cuál es el máximo número de triángulos en la siguiente figura:



- A) 110    B) 220    C) 440    D) 330    E) 120

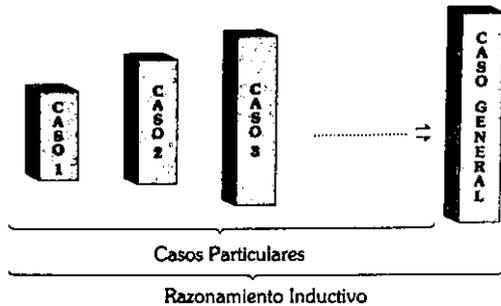
**SEMANA 02**

**TEMA 03: RAZONAMIENTO INDUCTIVO - DEDUCTIVO**

**INDUCCION.** - la palabra inducción proviene del latín "Inductio", ("In": en y **ducere**: conducir); que es la acción y efecto de inducir. Es definido como un modo de razonar que consiste en sacar

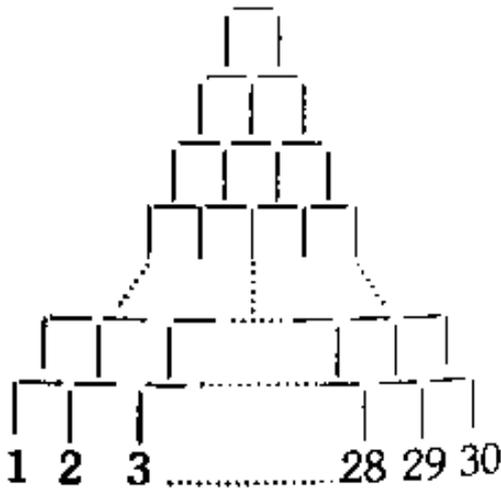
de los hechos particulares una conclusión general; así, la inducción desempeña un gran papel en las ciencias experimentales.

Así:



**Ejemplo 01:**

Calcular el número total de palitos de fosforo que conforman la torre.



**Resolución:**

Como se observa, contar los palitos uno por uno va a resultar una tarea bastante tediosa. Nos damos cuenta que la distribución de palitos en la torre obedece a una cierta formación (va aumentando uniformemente por pisos), entonces aplicamos inducción, analizando los 3 casos más simples que se puedan encontrar:

- Caso 1: 3 palitos  $3 = 2^2 - 1$
- Caso 2: 8 palitos  $8 = 3^2 - 1$
- Caso 3: 15 palitos  $15 = 4^2 - 1$

**Generalizando en el problema:**

Se observa que equivale al cuadrado del número de palitos verticales menos uno.

$$30^2 - 1 = 899 \text{ Rpta.}$$

**Ejemplo 02:**

Calcular el valor de "E" y dar como respuesta la suma de sus cifras.

$$E = \underbrace{(333\dots334)^2}_{101 \text{ cifras}}$$

**Resolución:**

Elevar el número al cuadrado resulta muy operativo y tedioso, pero nos damos cuenta también que la base tiene cierta formación (la cifra 3 se repite constantemente); entonces recurrimos a la inducción, analizando los casos más simples, análogos al de la expresión "E".

$$(34)^2 = 1156, \text{ suma de cifras} = 13 = 6(2) + 1$$

$$(334)^2 = 111556, \text{ suma de cifras} = 19 = 6(3) + 1$$

$$(3334)^2 = 11115556, \text{ suma de cifras} = 25 = 6(4) + 1$$

**Generalizando en el problema:**

Se observa que equivale a 6 veces el número de cifras más uno.

$$6(101) + 1 = 607$$

**Ejemplo 03:**

Calcular el valor de:

$$E = \sqrt{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100 + 1}$$

**Resolución:**

Multiplicar, sumar y extraer la raíz cuadrada va ser demasiado operativo. Observando detenidamente el problema nos damos cuenta que tiene una particularidad (producto de cuatro números consecutivos); entonces aplicamos inducción, analizando los casos más simples sin que se pierda la forma original del problema.

$$\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1} = \sqrt{25} = 5 = 1 \times 4 + 1$$

$$\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1} = \sqrt{121} = 11 = 2 \times 5 + 1$$

$$\sqrt{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1} = \sqrt{361} = 19 = 3 \times 6 + 1$$

**Generalizando en el problema:**

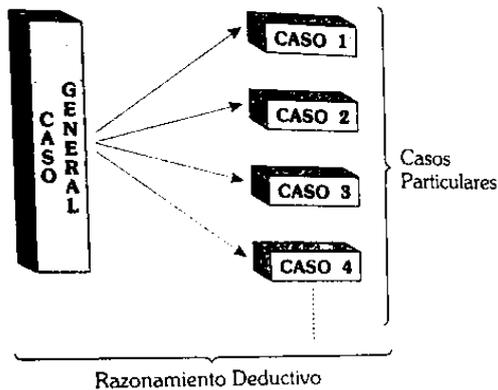
Se observa que equivale al producto del menor con el mayor más uno.

$$97 \times 100 + 1 = 9700 + 1 = 9701$$

**DEDUCCION.** – la deducción es la acción de deducir, también es la **conclusión** que se obtiene de un proceso deductivo. La palabra deducir, proviene del latín “**deducere**” que significa sacar consecuencias.

Es un modo de razonar mediante el cual, a partir de informaciones, casos o criterios generales, se obtiene una conclusión particular.

Así:



**Ejemplo 04:**

La suma de los “n” primeros números impares es 900, por lo tanto, ¿Cuál es el valor de “n”?

**Resolución:**

Para resolver este problema, primero hay que conocer a que es igual la suma de los “n” primeros números impares (caso general), para luego verificar el valor de “n” cuando la suma sea 900 (caso particular).

$$1 + 3 = 4 = 2^2 \quad (2 \text{ términos})$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2 \quad (3 \text{ terminos})$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2 \quad (4 \text{ términos})$$

Conclusión general:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 \dots\dots\dots = n^2 \quad (n \text{ términos})$$

Caso particular:

$$n^2 = 900 \text{ (dato)}$$

$$n = \sqrt{900}$$

$$n = 30$$

**Ejemplo 05:**

Calcular  $m \times n \times p$ ; sabiendo que:  $m \neq n \neq p$  y además:

$$\overline{mmm} + \overline{nnn} + \overline{ppp} = 2664$$

**Resolución:**

Ordenando los números en columna:

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ \hline \overline{m \quad m \quad m} + \\ \overline{n \quad n \quad n} \\ \hline \overline{p \quad p \quad p} \\ \hline 2 \quad 6 \quad 6 \quad 4 \end{array}$$

1ra. Columna:  $m + n + p = \dots 4$

3ra. Columna:  $m + n + p + 2 = 26$

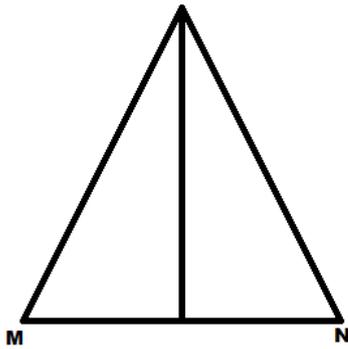
De la 1ra. Y la 3ra. Columna, se **deduce** que:  $m + n + p = 24$ , buscando tres dígitos diferentes cuya suma sea igual a 24. Encontramos:

$$m = 7; n = 8; p = 9$$

$$m \times n \times p = 7 \times 8 \times 9 = 504$$



- Si a la siguiente figura le trazamos 50 rectas paralelas a MN, ¿Cuántos triángulos se contarán en total?



- A) 130 B) 120 C) 140 D) 156 **E) 153**

2. Hallar la suma de todos los elementos de la siguiente matriz:

1	2	3	4	...	9	10
2	3	4	5	...	10	11
3	4	5	6	...	11	12
4	5	6	7	...	12	13
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	10	11	12	...	17	18
10	11	12	13	...	18	19

- A) 1050 B) 1600 C) 1200  
**D) 1000** E) 1400

3. Hallar la suma de cifras del producto siguiente:

$$P = \underbrace{777 \dots 777}_{50 \text{ cifras}} \times \underbrace{999 \dots 999}_{50 \text{ cifras}}$$

- A) 490 B) **450** C) 480  
 D) 460 E) 1000

4. Calcular la suma de cifras del resultado de A.

$$A = \left( \underbrace{777 \dots 777}_{n \text{ cifras}} + \underbrace{222 \dots 2225}_{n-1 \text{ cifras}} \right)^2$$

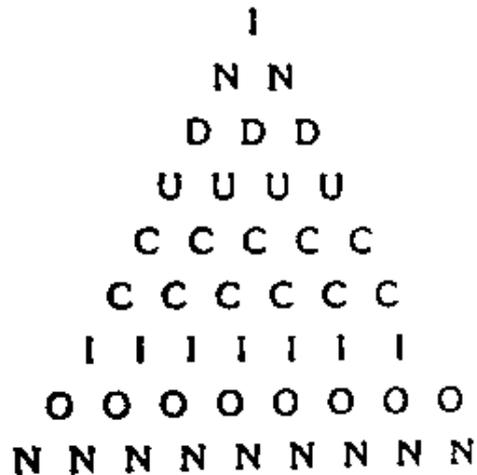
- A) 19** B) 27 C) 16 D) 21 E) 25

5. Calcular la suma de cifras del resultado de:

$$M = \frac{((a+3)(a+3) \dots (a+3)(a+3) - (a-3)(a-3) \dots (a-3)(a-5))^2}{}$$

- A) 960 B) 690 **C) 610** D) 160 E) 660

6. Según el esquema mostrado, ¿de cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "INDUCCION"?



- A) 144 **B) 256** C) 128 D) 160 E) 210

7. Si:

$$\overline{AA} + \overline{DD} + \overline{UU} = \overline{ADU}$$

Calcular:  $E = A^2 + D^2 - U^2$

- A) 18** B) 19 C) 10 D) 17 E) 16

8. Si:

$$\frac{\overline{abc} + \overline{cba}}{\overline{abc} - \overline{cba}} = \dots 8$$

Calcular el máximo valor de:  $a + b + c$

- A) 15 B) 16 **C) 17** D) 14 E) 18

9. Calcular "x" en:

$$\underbrace{(1 \times 2 \times 3 \times \dots - 1)}_{1999 \text{ factores}}^{1998} = \dots x$$

- A) 1    B) 5    C) 0    D) 4    E) 6

10. Calcular la suma de las cifras de "M"

$$M = \sqrt{\underbrace{4444 \dots 44}_{1000 \text{ cifras}} - \underbrace{888 \dots 88}_{500 \text{ cifras}}}$$

- A) 3000    B) 300    C) 2000  
D) 6000    E) 30000



1. Calcular la suma de cifras del resultado de:

$$E = \left( \underbrace{33333 \dots 3334}_{20 \text{ cifras}} \right)^2$$

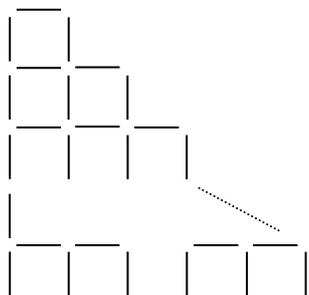
- A) 110    B) 121    C) 131    D) 111    E) 141

2. Calcula la suma de cifras de "R":

$$R = \underbrace{757575 \dots 75}_{200 \text{ cifras}} \times \underbrace{9999 \dots 99}_{200 \text{ cifras}}$$

- A) 900    B) 1200    C) 1500  
D) 1800    E) 2700

3. Hallar el total de palitos de fósforos de:



- A) 2500    B) 500    C) 2550  
D) 2499    E) 999

4. Hallar:

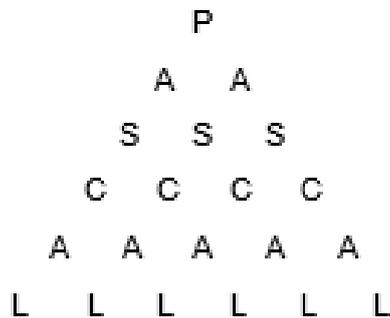
$$K = {}^{R+2}\sqrt{R^2 \times 9989 + R \times 5545 + 16}$$

Si:

$$R = (99 - 1)(98 - 2)(97 - 3) \dots (1 - 99)$$

- A) 4    B) 5    C) 2    D) 3    E) 41

5. De cuántas maneras se puede leer en forma continua la palabra "PASCAL"



- A) 32    B) 16    C) 48    D) 64    E) 128

**SEMANA 02**

**TEMA 04: RAZONAMIENTO LÓGICO – I**

**PROBLEMAS SOBRE PARENTESCOS**

**A. PROBLEMAS SOBRE UN TIPO ESPECÍFICO DE RELACION FAMILIAR**

Muchos problemas de lógica nos presentan situaciones de relaciones familiares (parentescos) en los cuales, por lo general, se aprecian enunciados de difícil comprensión por lo "enredado" de su texto; por ese motivo se requiere de una atención adecuada para llevar a cabo el proceso lógico – deductivo que nos conduzca a la solución.

Debemos tener presente, al momento de realizar la resolución, que cada uno de los integrantes de la familia puede desempeñar en un mismo problema papeles diferentes; así por ejemplo, una persona puede ser al mismo tiempo, y según se indique: padre, hijo, hermano, cuñado, esposo, abuelo, etc. En el problema de esta clase

deberemos asumir que básicamente la familia la componen padres e hijos, pero hay problemas en los cuales es necesario "extender" dicha composición incluyendo a los hermanos de nuestros padres (tíos) y los hijos de estos (nuestros primos); abuelos; bisabuelos, etc.

**Ejemplo 01:**

¿Qué parentesco tiene conmigo Elena, si se sabe que su madre fue la única hija de mi madre?

**Resolución:**

En el texto encontramos a los siguientes integrantes.

Elena, Madre de Elena, mi madre, yo.



Luego, el parentesco que tenemos Elena y yo es de: **tío – sobrina**.

**B. PROBLEMAS SOBRE CANTIDAD DE INTEGRANTES DE LA FAMILIA.**

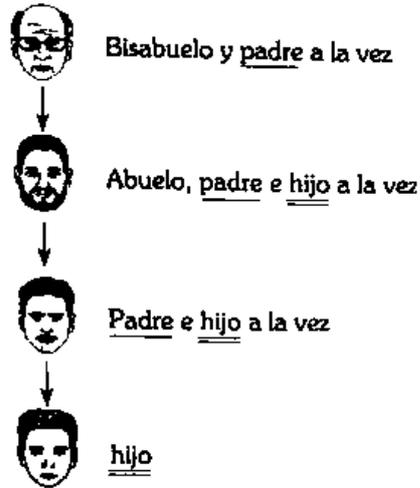
En esta clase de problemas, usualmente se pide la cantidad mínima de personas que integran un grupo familiar. Debemos de atribuir a cada persona la mayor cantidad posible de características dadas en el texto para que, así, el número de personas se reduzca al mínimo.

**Ejemplo 02:**

En una fábrica trabajan tres padres y tres hijos. ¿Cuál es el menor número de personas que pueden trabajar en esa fábrica?

**Resolución:**

En primer lugar, no nos olvidemos de atribuir las mayores características a las personas para que su número sea mínimo.



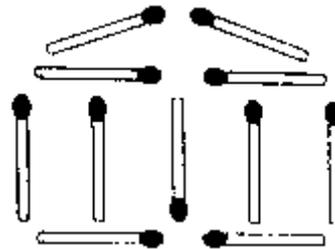
Por lo tanto, hay 4 personas.

**PROBLEMAS CON CERILLAS.**

Observa el siguiente ejemplo:

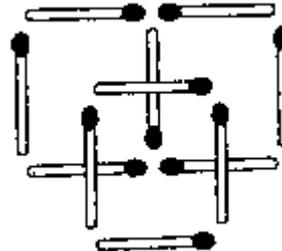
**Ejemplo 03:**

La figura mostrada es un famoso "templo griego" que está hecho con once cerillas. ¿Cuántas cerillas como mínimo se debe cambiar de lugar de manera que obtengas 5 cuadrados?



**Resolución:**

Observamos que ya tenemos 2 cuadrados formados consecutivamente de manera horizontal; ahora deslicemos hacia abajo los dos cerillos verticales dentro de los 2 cuadrados mencionados, y completando adecuadamente con los 2 cerillos de afuera (encima), tendremos:



Por lo tanto, solo se debe mover 4 cerillas.

**LOGICA RECREATIVA.**

La lógica recreativa combina la belleza de una estructura matemática con el entretenimiento que aporta la resolución de un problema dado, haciendo así que la matemática sea fascinante.

**Ejemplo 04:**

Escribe seis veces la cifra (1) y tres veces el signo de adición (+) en una fila de modo tal que obtengas como suma un total de 24. **Hallar el mayor número formado.**



**Resolución:**

$$1 + 1 + 11 + 11 = 24$$

Por lo tanto, el mayor número formado es 11.

**Ejemplo 05:**

En el aula 1 del CEPREUNU, el primer día de clases, dos hermanas gemelas, de nombres Nena y Nina, se presentan ante sus compañeros.

Una de ellas dice: "yo soy Nena"  
La otra comenta: "si lo que ella dice es cierto, yo soy Nina".

Si una de las dos miente siempre y la otra nunca lo hace, **indique el nombre de la alumna sincera.**



**Resolución:**

Hay que tener en cuenta que el análisis debe hacerse en función de lo que la primera afirma. Si la primera dice la verdad entonces la segunda es Nina; por lo tanto, ambas dirían la verdad, lo cual es una contradicción con las condiciones del problema, pues por dato una debe mentir.

Esto quiere decir que la primera debe mentir (sería Nina) y la segunda diría la verdad (por dato debe ser Nena).

Por lo tanto, el que dice la verdad es "Nena".



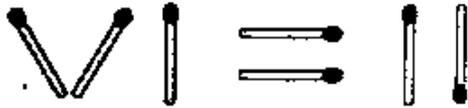
- ¿Qué parentesco tiene conmigo una mujer que es la hija de la esposa del único vástago de mi madre?  
A) es mi tía B) es mi sobrina C) es mi nieta **D) es mi hija** E) es mi hermana
- El señor Cornejo tiene 2 hijos únicamente, éstos a su vez son padres de Juan y Mario, respectivamente. **¿Quién es el único sobrino del padre del primo hermano del hijo del padre de Mario?**  
A) El señor Cornejo B) Juan **C) Mario**  
D) Esposa de Mario E) Esposa de Juan
- Yo tengo un hermano únicamente. **¿Quién es el otro hijo del padre del tío del hijo de la mujer del hijo de mi padre que, sin embargo, no es mi hermano?**  
A) Mi hermano B) mi padre C) mi madre  
D) mi tío E) **soy yo**
- Atendiendo un almuerzo el mozo de un restaurante pregunto a una familia: "¿Cuántos son?". El papá contestó: "somos: padre, madre, tío, tía, hermano, hermana, sobrino, sobrina, y dos primos". **¿Cuál es el mínimo número de personas en dicha familia?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 3

5. En una familia están presentes 2 abuelos, 2 abuelas, 3 padres, 3 madres, 3 hijos, 3 hijas, 2 suegros, 2 suegras, 1 yerno, 1 nuera, 2 hermanos y 2 hermanas. **¿Cuántas personas se encuentran presentes como mínimo?**

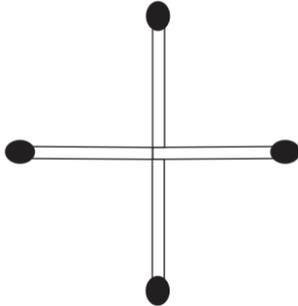
A) 26 B) 8 C) 12 D) 10 E) 6

6. **¿Cuántos cerillos como mínimo debemos mover para lograr una igualdad verdadera?** (no es válido tachar el signo "igual" con una cerilla y obtener una desigualdad verdadera; la expresión final debe ser una autentica igualdad).



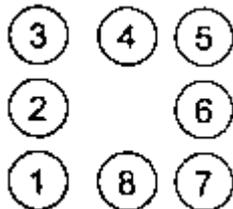
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. **¿Cuántos cerillos hay que mover como mínimo para lograr formar un cuadrado?**



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. **¿Cuántas monedas como mínimo se debe agregar a la siguiente figura, para formar un cuadrado que presente cuatro monedas en cada lado?**



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Tenemos la siguiente información:

- Ciro mentía los lunes, martes y miércoles y el resto de días de la semana decía la verdad.
- Flor mentía los jueves, viernes y sábados, y el resto de días de la semana decía la verdad.

Con el propósito de saber qué día de la semana es hoy, José los busca y les hace una pregunta:

**José:** "¿podrían decirme que día de la semana fue ayer?"

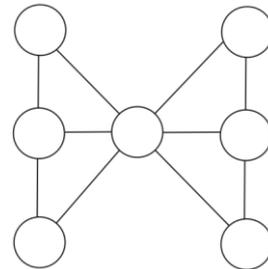
**Ciro:** "ayer fue también uno de los días, en que me tocó mentir".

**Flor:** "claro, ayer fue uno de los días, en que me tocó mentir"

En base a las respuestas obtenidas, **¿Qué día es hoy?**

A) lunes B) miércoles C) jueves  
D) Domingo E) sábado

10. Distribuir los dígitos del 1 al 7 usándolos una sola vez para conseguir que la suma de los números que ocupan cada fila sea 12. **¿Qué dígito se escribe en el centro?**



A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2



1. La comadre de la madrina del sobrino de mi única hermana, **¿Qué es de mí?**

A) esposa B) hija C) nuera  
D) comadre E) esposa de mi compadre

2. Mi nombre es Rocío y mi hermana es Yuli, además mi abuela tuvo un hijo solamente,

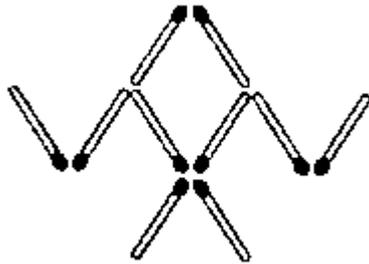
¿Qué parentesco tiene conmigo la hija de la nuera de la mamá de mi madre?

- A) mi hija    B) mi nuera    C) mi hermana  
D) mi comadre    E) mi sobrina

3. El matrimonio Irene y Juan tuvo 3 hijos: Jesús es hijo del hijo de Juan. Juana es hija de la hija de Irene. Si los hijos del otro hijo de Juan son 2. ¿Cuántos primos tiene Juana?

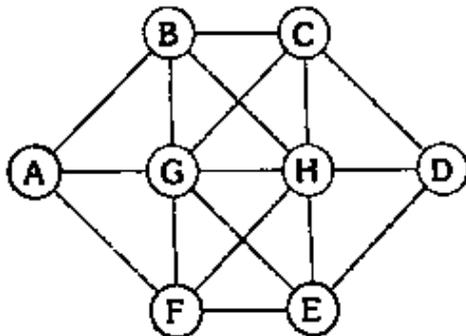
- A) 1    B) 2    **C) 3**    D) 4    E) 5

4. Un cangrejo de cerillas camina hacia arriba. ¿Cuántas cerillas como mínimo se debe mover para que el cangrejo camine hacia abajo?



- A) 1    B) 2    **C) 3**    D) 4    E) 5

5. En el esquema mostrado, reemplaza cada letra por un número escogido del 1 al 8, de modo que no aparezca dos números consecutivos en dos círculos conectados directamente por una línea. Dar como respuesta la suma de los valores de B, C, E, F.



- A) 18**    B) 20    C) 13    D) 14    E) 15

**SEMANA 03**

**TEMA 05: RAZONAMIENTO LÓGICO – II**

**PROBLEMAS SOBRE RELACION DE TIEMPOS**

Al momento de resolver problemas de este tipo se sugiere tener en consideración el criterio de analizar las condiciones partiendo de la parte final y siguiendo un procedimiento regresivo.

**Ejemplo 01:**

Siendo miércoles el pasado mañana de ayer, ¿Qué día será el mañana del anteayer de pasado mañana?

**Resolución:**

Del dato:

El pasado mañana de ayer <> es miércoles

Tenemos:

+2-1 <> miércoles

+1 <> miércoles, entonces hoy es martes.

Ahora, nos piden averiguar qué día será “el mañana del anteayer de pasado mañana”, veamos:

+1 – 2 + 2 <> + 1

Por lo tanto, +1 <> **es miércoles.**

**PROBLEMAS SOBRE CALENDARIOS**

En este tipo de problemas, se determinará el día o fecha en un determinado mes que cumpla ciertas condiciones. Se debe tener en cuenta la cantidad de días que tiene cada mes.

Se aprecia que:

1. todos los meses del año, excepto febrero tienen 30 o 31 días.
2. febrero es el único mes que puede tener 2 cantidades distintas de días: 28 días en un año común y 29 días en un año bisiesto.
3. julio y agosto son los únicos meses consecutivos de un mismo año que presentan igual cantidad de días.
4. el mes anterior y el mes posterior a un mes de 30 días siempre presentaran 31 días.

**Ejemplo 02:**

En un determinado mes existen 5 viernes, 5 sábados y 5 domingos. **¿Qué día de la semana caerá el 23 de dicho mes y cuantos días tiene?**

**Resolución:**

Sabemos que un día cualquiera de la semana se presenta como mínimo 4 veces y como máximo 5 veces en un mes, y como el dato menciona que hay 5 viernes, 5 sábados y 5 domingos, entonces la cantidad de días lunes, martes, miércoles y jueves, será mínimo; es decir, cuatro de cada uno de ellos.

Confeccionamos el mes que cumple esta condición: un mes de 31 días.

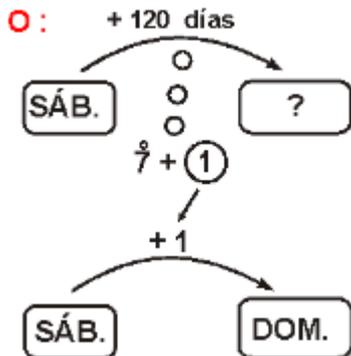
lun es	mar tes	miérc oles	jue ves	vier nes	sáb ado	domi ngo
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Como ves, hay 5 viernes, 5 sábados y 5 domingos.

Por lo tanto, el 23 de este mes cae sábado.

**Ejemplo 03:**

Si hoy es sábado. **¿Qué día de la semana será dentro de 120 días?**



Por lo tanto, dentro de 120 días será domingo.

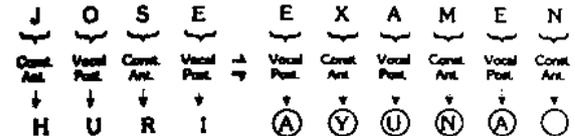
**SITUACIONES DIVERSAS**

**Ejemplo 04:**

En cierto código secreto para descifrar mensajes en claves, por cada consonante se escribe la consonante inmediata anterior y cada vocal se cambia por la vocal inmediata posterior.

Por ejemplo: José se escribirá como Huri. **¿Qué palabra daría origen a "examen"?**

**Resolución:**

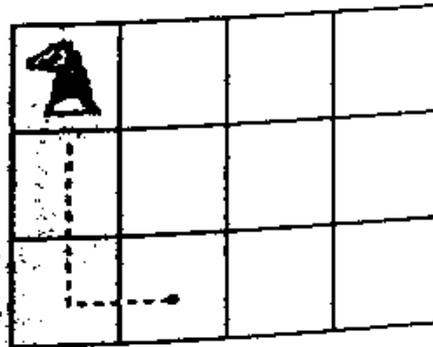


En el lugar vacío debe ir la consonante Ñ

Por lo tanto, la palabra secreta sería AYUNAÑ

**Ejemplo 05:**

Se tiene el tablero mostrado y una pieza de ajedrez, empezando del lugar indicado, se debe recorrer con el caballo todos los casilleros de un solo intento, sí que este pise más de una vez mismo casillero. **¿se podrá completar todos los casilleros?**



**Resolución:**

	3°	6°	9°
11°	8°	1°	4°
2°	5°	10°	7°

Por lo tanto, si se puede completar todos los casilleros.



1. Si el día de ayer fuese como mañana, faltarían 4 días para ser sábado. **¿Qué día de la semana fue anteayer?**

- A) sábado      B) domingo      C) lunes  
D) martes      E) miércoles

1. Se sabe que mi cumpleaños es el 27 de este mes y el mes pasado tuvo más días viernes, sábados y domingos. Además, la fecha del penúltimo viernes del mes pasado, sumada a la fecha del último sábado del mes que viene, es 46. **Determinar qué día de la semana caerá mi cumpleaños dentro de 3 años, si el año pasado fue bisiesto.**

- A) sábado      B) domingo      C) lunes  
D) martes      E) miércoles

2. Si el lunes es el martes del miércoles y el jueves es el viernes del sábado, entonces, **¿qué día será el domingo del lunes?**

- A) sábado      B) domingo      C) lunes  
D) martes      E) miércoles

3. **¿Cuál es el día que está antes del anterior al siguiente día que subsigue al posterior día que está inmediatamente después del día que precede al anterior día de hoy miércoles?**

- A) viernes      B) domingo      C) lunes  
D) jueves      E) miércoles

4. Si "n" es la cantidad de meses del año que contiene 30 días, **¿Cuál es el valor de n<sup>2</sup>?**

- A) 1    B) 16    C) 25    D) 100    E) 121

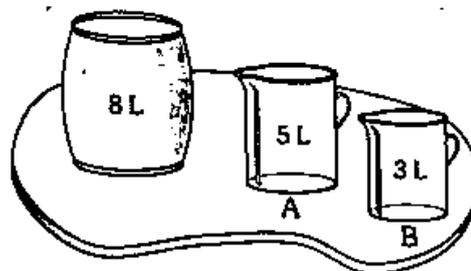
5. Tres alumnas: Daniela, Tania y Sonia responden verdadero (V) o falso (F) en un examen de tres preguntas de la siguiente manera:

	Daniela	Tania	Sonia
1ra. Pregunta	V	V	F
2da. Pregunta	V	F	F
3ra. Pregunta	F	F	V

Se sabe que una de ellas contestó todas correctamente; otra falló en todas y la otra sólo falló en una pregunta. **¿Quién acertó todas las preguntas?**

- A) Sonia      B) Tania      C) Daniela  
D) Dina      E) Carola

6. Un barril contiene 8 litros de vino, los cuales deben ser divididos en dos partes iguales, empleando solamente el barril y dos jarros vacíos de 5 y 3 litros de capacidad, (los 3 recipientes no tienen marcas que permitan hacer mediciones). **¿Cuántos trasiegos (traspaso de uno a otro) se deben hacer, como mínimo, para lograr que el barril y el jarro de 5 litros, contengan cada uno 4 litros de vino?**



- A) 2    B) 3    C) 5    D) 7    E) 9

7. Si el ayer del pasado mañana del mañana del anteayer de hace 3 días es lunes, **¿Qué día de la semana será el ayer del ayer del pasado mañana del día posterior al mañana de mañana?**

- A) viernes      B) domingo      C) lunes  
D) jueves      E) miércoles

8. Si el 12 de enero del 2011, fue día miércoles, **¿Qué día de la semana fue el 12 de enero del 2014?**

- A) martes      B) sábado      C) miércoles  
 D) jueves      E) domingo

9. Hoy es viernes 15 de agosto del 2008 y es viernes. **¿Qué día de la semana será dicha fecha dentro de 40 años?**

- A) martes      B) sábado      C) miércoles  
 D) jueves      E) domingo



1. El tercer y último día de un mes fueron sábado y jueves, respectivamente. **¿Qué día de la semana fue el 18 de abril en ese año?**

- A) martes      B) sábado      C) miércoles  
D) jueves      E) domingo

2. **¿Cuántos días tendrá un mes que tiene 5 lunes, 5 martes y 5 miércoles y que día será el 20 de dicho mes?**

- A) 31 – viernes  
 B) 31 – domingo  
 C) 30 – jueves  
 D) 30 – lunes  
E) 31 – sábado

3. Si el ayer del mañana del ayer del anteayer del pasado mañana del mañana del ayer del mañana del ayer del mañana del anteayer de pasado mañana es lunes, **¿Qué día será pasado mañana?**

- A) miércoles      B) lunes      C) martes  
 D) sábado      E) domingo

4. Entre dos amigos se escucha la siguiente conversación:

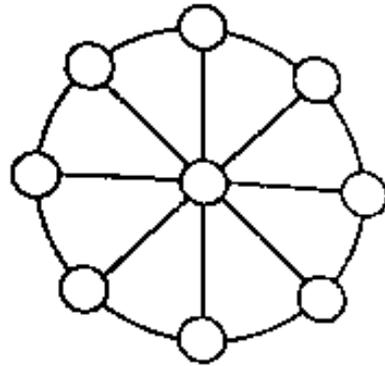
**Arturo:** dentro de dos días será el anteayer de lunes.

**Cristóbal:** ¡te equivocas! Porque ese día es realmente el pasado mañana del día que subsigue al día que fue hace 10 días a partir del día que creías que era el anteayer de lunes.

Si lo que dice Cristóbal es cierto, **¿Qué día de la semana es hoy?**

- A) domingo      B) viernes      C) lunes  
 D) miércoles      E) jueves

5. Las cifras del 1 al 9 hay que distribuir las en la rueda de la figura, una cifra debe ocupar el centro del círculo y las demás los extremos de cada diámetro, de manera que tres dígitos de cada diámetro sumen siempre 15. **¿Cuál es la cifra que está ubicado al centro?**



- A) 1      B) 9      C) 3      D) 5      E) 7

**SEMANA 03**

**TEMA 06: SUCESIONES**

**FORMULAS DE PRINCIPALES SUMATORIAS**

1.

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2.

$$\sum_{k=1}^n 2k = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

3.

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4.

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

**SUMA DE UNA PROGRESION GEOMETRICA INFINITA**

$$S_{LIMITE} = \frac{t_1}{1-r} \quad 0 < r < 1$$

RESUELTOS

1. 2; 5; 11; 20; ...

RPTA.: B

- A) 28                      B) 30                      C) 32  
 D) 31                      E) 33

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{2; 5; 11; 20; 32}_{+3 \quad +6 \quad +9 \quad +12}$$

RPTA.: C

2.  $\frac{2}{5}; \frac{1}{4}; \frac{2}{11}; \frac{1}{7}; \frac{2}{17}; \dots$

- A)  $\frac{2}{3}$                       B)  $\frac{1}{9}$                       C)  $\frac{2}{5}$   
 D)  $\frac{1}{10}$                       E)  $\frac{1}{12}$

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{\frac{2}{5}; \frac{1}{4}; \frac{2}{11}; \frac{1}{7}; \frac{2}{17}; \frac{1}{10}}_{+6 \quad +3 \quad +6 \quad +3}$$

RPTA.: D

3. 1; 2; 6; 24; ...

- A) 86                      B) 120                      C) 84  
 D) 92                      E) 128

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{1; 2; 6; 24; \dots 120}_{\times 2 \quad \times 3 \quad \times 4 \quad \times 5}$$

RPTA.: B

4. -2; 5; -9; 19; ...

- A) 28                      B) -37                      C) 37  
 D) -28                      E) 14

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{-2; 5; -9; 19; \dots -37}_{\times -2+1 \quad \times -2+1 \quad \times -2+1 \quad \times -2+1}$$

5.  $\frac{5}{4}; \frac{4}{5}; \frac{7}{6}; \frac{6}{7}; \frac{9}{8}; \frac{8}{9}; \dots$

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{\frac{5}{4}; \frac{4}{5}; \frac{7}{6}; \frac{6}{7}; \frac{9}{8}; \frac{8}{9}; \frac{11}{10}}_{+2 \quad +2 \quad +2}$$



1. En la sucesión siguiente:  
 8; 12; 16; ..... se sabe que seis términos consecutivos de ella suman 180 ¿cuál es el último de los seis?

- A) 25      B) 36      **C) 40**      D) 44      E) 48

2. En una P.A. se sabe que el octavo término es 42 y el décimo segundo es 54. Halle la suma del cuarto término con el trigésimo término de dicha P.A.

- A) 48      B) 98      **C) 138**      D) 276      E) 290

3. En una progresión geométrica, el quinto término es 48 y el primer término es 3; entonces la suma de los 3 primeros términos de lugares múltiplos de 3 es:

- A) 900      B) 111      C) 726      **D) 876**      E) 916

4. María se dedica a vender revistas; el primer día vende 6, el segundo día vende 9, el tercer día vende 15, el cuarto día vende 24, el quinto día 36 y así sucesivamente hasta que el último día vendió 1311. ¿Cuántos días estuvo vendiendo?

- A) 25      B) 26      **C) 30**      D) 40      E) 45

5. En la siguiente sucesión calcule la suma del menor y mayor de los términos de 3 cifras:

5; 7; 11; 19; 35; 67; .....

- A) 516 B) 512 C) 520 **D) 646** E) 946
6. Una fábrica despidió a sus trabajadores cada semana y a razón constante. Sabiendo que la cuarta semana fueron despedidos 45 obreros y la novena semana 70 obreros. **¿Cuántos fueron en total los obreros que quedaron sin trabajo, si la última semana se despidió a 100 obreros?**
- A) 950 B) 875 C) 1150 D) 1125 **E) 975**
7. Un tren inicia su recorrido con 7 pasajeros. En cada paradero, a partir de la primera parada que realiza en su recorrido, suben 3 pasajeros. Si al llegar a la última estación (paradero final) bajaron todos (70 en total), **¿en su recorrido en cuántas estaciones se detuvo a recoger pasajeros?**
- A) 18 B) 19 C) 20 **D) 21** E) 22
8. Se tiene la siguiente progresión aritmética creciente:  
 $\overline{PPP}, \overline{PC4}, \overline{PDI}$   
**Indicar el vigésimo término**
- A) 1000 B) 999 **C) 910** D) 940 E) 947
9. En un libro que tiene entre 1000 y 1500 páginas se han utilizado 94 tipos de imprenta para enumerar las últimas 26 páginas pares cuya cifra terminal es 2 ó 6. Si la suma de cifras de la penúltima página es 17. **¿Cuántas hojas tiene el libro?**
- Obs.: todas las páginas están numeradas.
- A) 682 B) 538 **C) 540**  
 D) 550 E) 545
10. Ángel y María leen una obra. Ángel lee 52 páginas cada día y María lee 8 páginas el primer día, 16 páginas del segundo día, 24 páginas del tercer día y así sucesivamente. Si empezaron el 16 de marzo y terminaron de leer cuando llegaron a la misma página, **¿en qué fecha terminaron?**
- A) 25 de marzo  
**B) 27 de marzo**

- C) 28 de marzo  
 D) 10 de abril  
 E) 11 de junio



11. En una P.A. el cuarto término es 8 y el séptimo términos es 14. Hallar el vigésimo término.
- A) 42 **B) 40** C) 50  
 D) 44 E) 36
12. Un número múltiplo de 9 tiene seis cifras en total, que están en P.A. creciente. Hallar el producto de las dos últimas cifras:
- A) 72 B) 20 C) 56  
 D) 30 **E) 42**
13. El quinto término de una P.A. es tanto como la razón multiplicado por el primer término. Si el tercer término resulta al sumar las dos anteriores, hallar la suma de cifras del décimo término.
- A) 10 B) 8 C) 7  
**D) 5** E) 6
14. Hallar el valor de «n» en la siguiente sucesión:  
 $(a+3), (a+7)^3, (a+11)^5, \dots (a+118-n)^n$
- A) 39** B) 41 C) 37  
 D) 45 E) 24
15. Claudia se propone leer una novela, el primer día lee 3 páginas, el segundo día lee 8 páginas, el tercer día 15 páginas, el cuarto día 24 páginas y así sucesivamente hasta que cierto día se da cuenta que el número de páginas que ha leído ese día es 14 veces el número de días que ha estado leyendo. Hallar el número de páginas leídas en dicho día.
- A) 144 B) 156 C) 160  
 D) 196 **E) 168**

**SEMANA 4**

**TEMA 07: SERIES**

**RESUELTOS**

1. Calcule el valor de la serie.

$$6+10+14+18+\dots+202$$

- A) 5200 B) 5100 C) 5000 D) 4900 E) 4800

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{6+10}_{4} + \underbrace{14+18}_{4} + \underbrace{\dots+202}_{4}$$

$$t_n = 4n + 2$$

$$4n + 2 = 202$$

$$n = 50$$

$$S = \left( \frac{6+202}{2} \right) \times 50 = 5200$$

RPTA.: A

2. Calcule el valor de 'q' en la siguiente serie:

$$2+4+6+8+\dots+q=1640$$

- A) 40 B) 50 C) 60  
D) 70 E) 80

RESOLUCIÓN

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = 1640$$

$$n(n+1) = 1640 = 40 \times 41$$

RPTA.: E

3. Calcule:

$$1+2+3+4+\dots+(x+y),$$

Si:  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + x = 650$ , y además

$$1+3+5+7+ \dots + (3y-2)=625$$

- A) 2140 B) 2145 C) 2150  
D) 2155 E) 2278

RESOLUCIÓN

$$\frac{x}{2} \left( \frac{x}{2} + 1 \right) = 25 \times 26 \Rightarrow x = 50$$

$$\left( \frac{3y-2}{2} \right)^2 = 25^2 \Rightarrow y = 17$$

∴

$$1 + 2 + 3 + \dots + (50 + 17) = \frac{67 \times 68}{2}$$

4. Calcule el valor de la siguiente serie:

$$S=11_2+22_3+33_4+\dots(30 \text{ sumandos})$$

- A) 14880 B) 14960 C) 15000  
D) 15100 E) 103850

RESOLUCIÓN

$$1 \cdot 1_2 + 2 \cdot 2_3 + 3 \cdot 3_4 + \dots (30 \text{ sumandos})$$

$$(1 \times 2 + 1) + (2 \times 3 + 2) + (3 \times 4 + 3) + \dots + (30 \times 31 + 30)$$

$$\frac{30 \times 31 \times 32}{3} + \frac{30 \times 31}{2} = 10385$$

RPTA.: E

5. Dada la serie geométrica decreciente, indicar el valor de la suma límite:

$$S = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \dots$$

- A)  $\frac{2}{5}$  B)  $\frac{1}{6}$  C)

$\frac{2}{3}$

- D)  $\frac{9}{4}$  E)  $\frac{4}{9}$

RESOLUCIÓN

$$S = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{9}{4}$$

RPTA.: B



1. ¿Qué número sigue?

10; 13; 17; 22; 28;

- A) 33 B) 35 C) 37 D) 45 E) 66

2. Calcular "x" en la siguiente sucesión.

2; 6; 30; 210; x

- A) 1 050      B) 1 260      C) 1 470  
D) 1 680      **E) 1 890**

3. Calcular "y-x" en la siguiente sucesión:

3; 4; 8; 12; 13; 36; x; y

- A) 90** B) 100 C) 116 D) 126 E) 149

4. ¿Qué letra falta?

E; F; M; ?; M; J; J

- A) C    B) I    C) N    D) T    **E) A**

5. ¿Qué letra continúa?

E; T; N; A; I; D; U; T; S; ?

- A) O    B) M    **C) E**    D) G    E) A

6. Qué letra continúa en:

A; C; E; G; ...?

- A) H    B) J    **C) I**    D) K    E) L

7. Qué letra continúa en:

E; H; L; P; ...?

- A) V**    B) Y    C) Z    D) R    E) J

8. Hallar la suma total de:

$E=1,01+2,02+3,03+4,04+\dots$   
(30 sumandos)

- A) 455,95      B) 295,45      **C) 469,65**  
D) 326,45      E) 467,65

9. Hallar la suma total de:

$S=17+18+19+\dots+30$

- A) 360      **B) 329**      C) 299  
D) 391      E) 282

10. Hallar: R.x si:

$$1+2+3+4+\dots+R=\overline{xxx}$$

- A) 35      B) 37      **C) 216**  
D) 38      E) 108



11. Calcular el valor de la siguiente serie:

$$R=1.2.3.4+2.3.4.5+3.4.5.6+\dots+20.21.22.23$$

- A) 1 002 096  
B) 2 555 240  
**C) 1 020 096**  
D) 1 040 086  
E) 1 080 096

12. Calcular el valor de la siguiente serie:

$$S=2+2^2+2^3+2^4+2^5+\dots+2^{10}$$

- A)  $2^{10}/5$       B)  $2^{10}-1$       **C)  $2(2^{10}-1)$**   
D) 1      E)  $2^{11}-1$

13. Hallar la suma:

$$S=\frac{1}{5}+\frac{2}{25}+\frac{3}{125}+\frac{4}{625}+\frac{5}{3125}+\dots$$

- A) 16/51    B) 16/5    **C) 5/16**  
D) 7/17    E) 8/23

14. De la siguiente sucesión:

4,5; 5; 7,5; 13; 22,5; k.

Calcular el valor de 5k.

- A) 35    B) 175    C) 155    D) 165    **E) 185**

15. Determinar el término que continúa en la siguiente sucesión:

2; 5; 11; 20; ...

- A) 28    B) 30    **C) 32**    D) 31    E) 33

SEMANA 4

12 (24) 36	→	Fila 1
20 (32) 44	→	Fila 2
17 (x) 21	→	Fila 3
	→	Incógnita

El valor central es la semisuma de los extremos

Fila 1

$\frac{12 + 36}{2} = 24$

Fila 2

$\frac{20 + 44}{2} = 32$

**TEMA 08: ANALOGIAS**

Es una disposición de números en tres columnas, en donde los valores de la columna central van entre paréntesis. Lo que se requiere es encontrar una ley de formación que se verifique en cada fila (la primera y la segunda), para poder hallar el valor pedido en la tercera fila.

1.

$X=17$

2.

3.	4	( 16 )	20
	8	( 13 )	21
	12	( x )	40

$X=40-12=28$

16	( 4 )	12
25	( 9 )	16
41	( x )	27

El valor central es la diferencia de los extremos

Fila 1	Fila 2	Fila 3	
$16 - 12 = 4$	$25 - 16 = 9$	$41 - 27 = x$	<b>x = 14</b>

- a) 23                      b) 25                      c) 26  
 d) 27                      e) 28

En cada caso, indicar el valor de "x".

4. 5 ( 12 ) 7  
 8 ( 23 ) 15  
 6 ( x ) 19

$X=9+6=25$

- a) 21                      b) 23                      c) 25  
 d) 31                      e) 24

5. 2 ( 8 ) 4  
 5 ( 30 ) 6  
 7 ( x ) 9

$X=9 \times 7=63$

- a) 63                      b) 56                      c) 49  
 d) 70                      e) 59



**1. Hallar el valor de "x"**

7	( 11 )	8
4	( 9 )	9
5	( x )	10

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

**2. Hallar el valor de "x"**

8	( 4 )	5
7	( 7 )	10
9	( x )	12

- A) 9    B) 10    C) 11    D) 12    E) 13

**3. Hallar el valor de "x"**

4	( 16 )	8
3	( 36 )	9
7	( x )	13

- A) 36                      B) 16                      C) 64  
 D) 49                      E) 100

**4. Hallar el valor de "x"**

7	( 8 )	5
8	( 11 )	9
9	( x )	10

- A) 9                      B) 11                      C) 12  
 D) 13                      E) 14

5. Hallar el valor de "x"

7	(26)	20
4	(52)	30
8	(x)	32

- A) 40      B) 42      C) 48  
 D) 76      E) 84

6. Hallar el valor de "x"

15	(104)	7
9	(62)	7
4	(x)	16

- A) 63      B) 62      C) 60  
 D) 58      E) 52

7. Hallar "x"

123	3	20
432	8	21
563	10	36
245	x	41

- A) 2      B) 4      C) 6  
D) 8      E) 10

8. Hallar "x"

2	4	6
3	1	4
1	1	0
6	4	x

- A) 10      B) 24      C) 0  
 D) 1      E) 12

9. Hallar "x"

7	17	2
5	8	4
x	5	4

- A) 20      B) 5      C) - 7  
 D) 8      E) 1

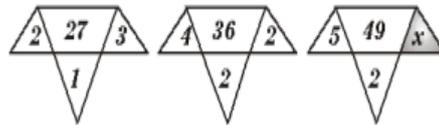
10. Hallar el valor de x en:



- A) 7      B) 2      C) 1      D) 3      E) 4

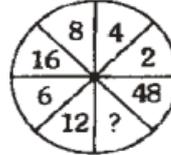


11. Determinar el valor de "x" en:



- A) 2      B) 3      C) 1      D) 4      E) 5

12. Hallar el número que falta:



- A) 36      B) 24      C) 14      D) 18      E) 24

13. ¿Cuál es el número que falta:

2	6	3
8	16	2
10	40	...

- A) 2      B) 4      C) 1      D) 3      E) 5

14. Escribir el número que falta.

3	9	12
2	6	8
1	7	....

- A) 10      B) 12      C) 14      D) 16      E) 18

15. Completar lo que falta:

CORO ( COSA ) MASA

MANO ( ..... ) PATA

- A) TAMI      B) MITA      C) MUTA  
 D) META      **E) MATA**

**SEMANA 5**

**TEMA 09: DISTRIBUCIONES**



1. Dado el siguiente arreglo de números:

```

      1
     2 3
    4 5 6
   7 8 9 10
   .....
```

Halle la suma de la fila 20

- A) 400      B) 4 100      **C) 4 010**  
 D) 140      E) 8 020

2. Dado el siguiente arreglo numérico:

```

      2
     4 6
    8 10 12
   14 16 18 20
   .....
```

Halle la suma de la fila 15.

- A) 3380      **B) 3390**      C) 3395  
 D) 3380      E) 3490

3. Si:  $a_n = n^3 - n^2 + 2$ , halle el valor de:  $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$

- A) 1 660      **B) 2 660**      C) 1 550  
 D) 2 550      E) 2 670

4. En el siguiente arreglo numérico:

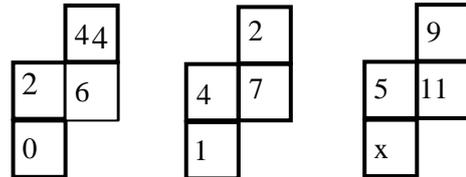
```

  1
 2 3 4
 3 4 5 6 7
 4 5 6 7 8 9 10
  .....
```

Indique la suma de los términos de la fila 17.

- A) 1089**      B) 1189      C) 989  
 D) 289      E) 1700

5. Hallar "x" en:



- A) 1      B) -2      **C) -3**      D) -4      E) 5

6. Determinar el número que falta:



- A) 16      B) 14      C) 7      D) 15      E) 24

7. Hallar el número que va a continuación:

x

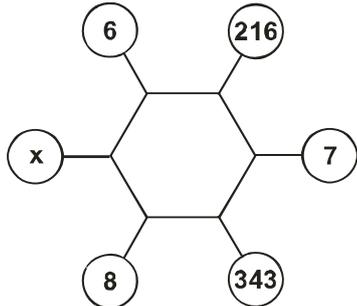
- A) 12      B) 19      C) 16      D) 18      E) 14

8. Hallar "x" en:

x

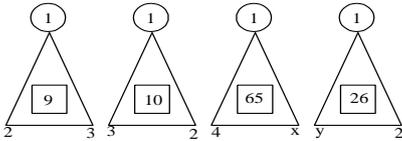
- A) 51      B) 52      C) 53      D) 54      E) 55

9. Calcular "x" en:



- A) 623 B) 600 C) 543 D) 512 E) 498

10. Hallar "x + y" en:



- a) 20 b) 21 c) 8 d) 9 e) 10



11. Hallar el número que falta

x	
---	--

- a) 10 b) 3 c) 4 d) 6 e) 75

12. Hallar el número que falta en la siguiente distribución:

9	3	1
2	4	8
11	7	x

- a) 7 b) 6 c) 4 d) 3 e) 9

13. Hallar el número que falta en la siguiente distribución:

2	3	7
9	4	37
7	2	x

- a) 16 b) 18 c) 20 d) 24 e) 15

14. Hallar el número que falta en la siguiente distribución:

2	1	5
0	4	16
3	2	x

- a) 8 b) 7 c) 10 d) 12 e) 13

15. Hallar el número que falta en la siguiente distribución:

4	5	8
3	3	x
3	6	2

- a) 6 b) 5 c) 4 d) 7 e) 8

### SEMANA 5

### TEMA 10: OPERADORES MATEMÁTICOS

1. Si:  $m \# n = 3n - 5m$ ,

Halle:  $(2 \# 3) \# (4 \# 6)$

- A) 0 B) -1 C) 1  
D) 11 E) -11

#### RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} 2 \# 3 &= 3(3) - 5(2) = -1 \\ 4 \# 6 &= 3(6) - 5(4) = -2 \\ (-1) \# (-2) &= 3(-2) - 5(-1) = -1 \end{aligned}$$

RPTA.: B

2. Si:

$$\begin{aligned} p * q &= (p - q) / 2, \text{ cuando } p > q; \\ p * q &= (q - p) / 3, \text{ cuando } p < q; \end{aligned}$$

Halle:  $(11 * 7) * (5 * 8)$

- A) 0,5 B) 1 C) -  
1,5 D) 1,5 E) 3

#### RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} 11 * 7 &= \frac{11-7}{2} = 2 \\ 5 * 8 &= \frac{8-5}{3} = 1 \\ 2 * 1 &= \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \end{aligned}$$

RPTA.: A

3. Si:  $a * b = 3a + 2b + 1$ ,  
 $a \# b = a^2 - ab + b^2$ ,

Halle: "n" en:

$$4 \# n = 2 * n$$

- A) -3                      B) 3                      C) 6  
D) 9                        E) 4

**RESOLUCIÓN**

$$4\#n=2 * n$$

$$4^2 - 4n + n^2 = 3(2) + 2n + 1$$

$$n^2 - 6n + 9 = 0$$

$$n=3$$

**RPTA.: B**

4. En la tabla:

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	c	a

Reducir:

$$E = \frac{((a * b) * c) * a}{a * (b * c)}$$

- A) a    B) 0                      C) b  
D) c    E) 1

**RESOLUCIÓN**

$$E = \frac{[(a * b) * c] * a}{a * (b * c)}$$

$$E = \frac{(b * c) * a}{a * c} = \frac{c}{c} = 1$$

**RPTA.: E**



1. Si:  $a \Delta b = \frac{a * a}{a + b}$  y  $x * y = x - 2y$ ;

entonces:  $6 \Delta 2$  es:

- A) -1/4                      **B) -3/4**                      C) 1/4  
D) 1/2                        E) 2

2. Si:  $\sqrt[3]{a} \sqrt{b^2} = a + b$  ; a,b ,R+

Calcula:  $\sqrt[3]{4}$

- A) 7                      B) 21                      **C) 29**  
D) 31                      E) 43

3. Siendo:  $a \otimes b = a^3 + 2a$

Calcula:

$$E = 3 \otimes (4 \otimes (5 \otimes \dots (19 \otimes 20)))$$

- A) 32                      B) 36                      C) 34  
**D) 33**                      E) 35

4. Si el conjunto de los números naturales se define la operación:

$$m \$ n \begin{cases} 3m-2n; \text{ si } m > n \\ 3n-2m; \text{ si } m \leq n \end{cases}$$

Calcula:  $A = \frac{(5\$2)^2 \$ (1\$2)}{5}$

- A) 71**    B) 73    C) 5    D) -71    E) -73

5. Sea x un número entero.

Si:  $\textcircled{x} = x^3 + 1$ ;  $\text{[x]} = x^2 + 2x$

Calcula el valor de:  $a + 5$

Si:  $\text{[a]} = 0$

- A) 4**    B) 3    C) 2    D) 7    E) 1

6. Si:  $x \odot y^x = 2(x^y - y) + x^y$

Calcula:  $M = 5 \odot 32$

- A) 68    B) 60    C) 70    **D) 71**    E) 72

7.  $F(2x+1) = \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+10}$

Calcula la raíz cuadrada de:  $F(5)+13$

- A) 4**    B) 12    C) 7    D) 3    E) 5

8. Si:  $x * y = x - y + 2(y * x)$   
**Halla:  $12 * 3$**   
 A) 2    **B) 3**    C) 4    D) 6    E) 9

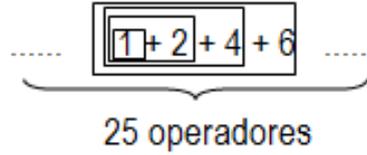
9. Si:  
 $\boxed{x} = 2x + 3$   
 $\textcircled{x} = 4x - 3$   
**Calcula:  $\textcircled{7}$**   
**A) 19**    B) 11    C) 7    D) 23    E) 31

10. Si:  
 $\triangle(x-1) = 9x$   
 $\triangle(x+2) = 3x$   
**Calcula:  $\triangle 3$**   
 A) 8    B) 27    **C) 14**    D) 11    E) 21



11. Sabemos que se cumple:  
 $\sqrt{a} * b^2 = 2(\sqrt{b} * a^2) - ab$   
**Calcula:  $\frac{\sqrt[4]{3} * 6}{1 * 2}$**   
 A) 1    B) 2    **C) 3**    D) 4    E) 0

12. En el conjunto "N" se define:  
 $\boxed{x^2 - 2} = x^2 - 1$   
**Resuelve:**



- A) 250    B) 251    C) 625  
**D) 626**    E) 51

13. Si:  
 $\textcircled{x} = x(x + 1)$   
 $\textcircled{x} = 56$     **Calcula:  $\textcircled{7}$**   
 A) 6    **B) 7**    C) 8    D) 9    E) 10

14. Se sabe que:  $\triangle x = x^2 + 1$   
**Calcula: "a" en:**  
 $\triangle a = 101$   
 A) 1    B) 2    **C)  $\sqrt{2}$**     D)  $\sqrt{3}$     E) 3

15.

#	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

- Hallar "x" en:**  
 $(3 \# 2) \# (x \# x) = (2 \# 4) \# (4 \# 3)$   
 A) 0 y 2    B) 1 y 2    **C) 2 y 4**  
 D) 3 y 1    E) 4 y 5

**SEGUNDA PARTE DEL MÓDULO**

**SEMANA 6**

**TEMA 11: METODOS DE SOLUCION**

**MÉTODO DEL CANGREJO:**

(Operaciones Inversas)

Debido a que conocemos el resultado y cada una de las operaciones realizadas para llegar a dicho resultado, entonces para poder encontrar la incógnita pedida se empieza desde el final (dato), es decir a partir del último resultado y regresamos hasta el inicio del problema, haciendo las operaciones inversas correspondientes.

Ejemplo Ilustrativo:

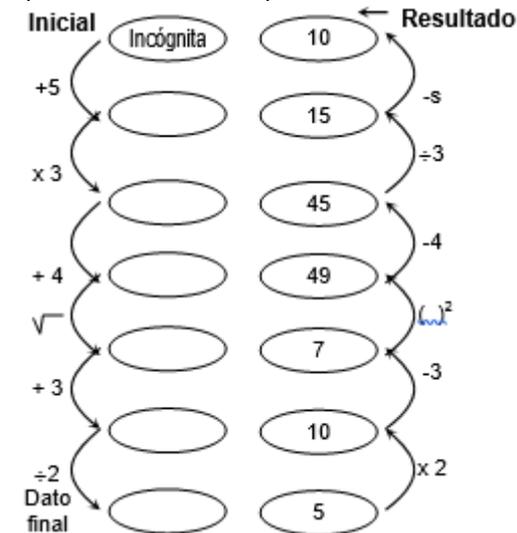
A la cantidad de soles que tengo le añado 5, al resultado multiplico por 3 y le aumento 4, al número así obtenido le saco la raíz cuadrada y al resultado le sumo 3 para finalmente, dividirlo entre 2 y obtener 5 soles.

Entonces inicialmente tenía:

- A) 10    B) 20    C) 30    D) 40    E) 50

Solución:

Operaciones Directas    Operaciones Inversas



**RPTA.: A**

**FALSA SUPOSICIÓN:**

Para comprender este método analizaremos un ejemplo ilustrativo.

Ejemplo ilustrativo

¿Cuántas monedas de S/. 2 debo entregar para pagar una deuda de S/. 29, si tengo 10 monedas de S/.5 y S/.2?

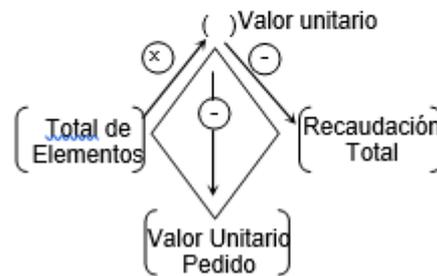
- A) 10    B) 8    C) 7    D) 6    E) 5

Resolución:

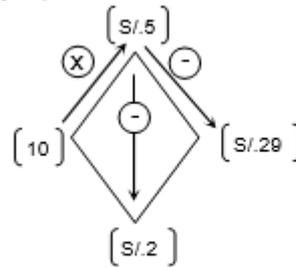
- Supuesto: Si las 10 monedas fueran de S/. 5 tendría en total  $10 \times 5 = 50$  soles.
- Pero la deuda sólo asciende a S/. 29. por lo que sobraría:  $50 - 29 = 21$  soles.
- Esto se debe a que hemos considerado que todas las monedas son de S/. 5 y ninguna de S/. 2.
- Al no considerar 1 moneda de S/. 2 aumento al dinero que tengo en  $5-2 = 3$  soles (error unitario), luego el número de monedas de S/. 2 que no consideré es:

$$\text{N}^\circ \text{ de monedas de S/.2} = \frac{\text{Error Total}}{\text{Error Unitario}} = \frac{21}{3} = \boxed{7}$$

**Método Práctico (Rombo):**



Para el ejemplo anterior:



$$\text{N}^\circ \text{ de monedas de S/.2} = \frac{10 \times 5 - 29}{5 - 2} = 7$$

**RPTA.: C**

**REGLA DE CONJUNTA:**

Para comprender este método analizaremos un ejemplo ilustrativo.

Veamos la siguiente situación.

Con tres desarmadores se obtiene un alicate, con tres alicates un martillo. ¿Cuántos martillos se obtendrán con 117 desarmadores?

- A) 10    B) 8    C) 5    D) 6    E) 7

Resolución:

Para aplicar dicha regla escribimos a partir de los datos una serie de equivalencias.

Debemos cuidar que el segundo miembro de cada equivalencia sea de la misma especie que el primero de la siguiente. Veamos el proceso de solución en el ejemplo dado.

Paso 1.-

$$\begin{aligned} 3 \text{ desarmadores} &\Leftrightarrow 1 \text{ alicate} \\ 3 \text{ alicates} &\Leftrightarrow 1 \text{ martillo} \\ X \text{ martillos} &\Leftrightarrow 117 \text{ desarmadores} \end{aligned}$$

Paso 2.- Multiplicamos miembro a miembro las tres equivalencias

$$3 \times 3 \times X \Leftrightarrow 1 \times 1 \times 117$$

Paso 3.- Despejamos la incógnita X:

$$X \Leftrightarrow \frac{1 \times 1 \times 117}{3 \times 3} \quad X \Leftrightarrow \frac{117}{9} \Leftrightarrow 13$$

**RPTA.: E**

**PROBLEMAS RESUELTOS:**

1. Se venden camisas y casacas a \$62 y \$97 cada uno respectivamente. Si al vender las 38 prendas, se obtuvo \$3091. **¿Cuántas de cada tipo existen?**

- A) 11    B) 21    C) 31    D) 22    E) 17

Resolución:

$$\text{Camisas} = \frac{38 \times 97 - 3091}{97 - 62}$$

$$\text{Camisas} = \frac{595}{35} = 17$$

$$\text{Casacas} = 38 - 17 = \boxed{21}$$

**RPTA.: B**

2. En un corral hay 92 patas y 31 cabezas, si lo único que hay son gallinas y conejos. **¿Cuál es la diferencia entre el número de gallinas y conejos existentes?**

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Resolución:

$$\text{Gallinas} = \frac{31 \times 4 - 92}{4 - 2}$$

$$\text{Gallinas} = \frac{32}{2} = 16$$

$$\text{Conejos} = 31 - 16 = 15$$

$$\text{Luego: } 16 - 15 = \boxed{1}$$

**RPTA.: A**

3. Elena le dice a Lucho: a la cantidad inicial que tengo lo multiplicas por 4; luego le restas 16; después lo divides por 4; posteriormente le sumas 1, y por último le extraes la raíz cuadrada obteniendo así 86. **Halla la cantidad inicial que tenía Elena.**

- A) 7393    B) 7394    C) 7395  
D) 7399    E) 7400

Resolución:

$$\begin{array}{r} N \\ \times 4 \\ - 16 \\ \hline \div 4 \\ + 1 \\ \hline \sqrt{\quad} \end{array} \quad \begin{array}{r} \div 4 \\ + 16 \\ \hline \times 4 \\ - 1 \\ \hline (\quad)^2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 86 \times 86 &= 7396 \\ 7396 - 1 &= 7395 \\ 7395 \times 4 &= 29580 \\ 29580 + 16 &= 29596 \end{aligned}$$

$$29596 \div 4 = \boxed{7399}$$

**RPTA.: D**

4. Un comerciante compró 30 lapiceros por 5400 soles. Si en la venta de 12 lapiceros quiere ganar el precio de compra de 6 lapiceros. **¿A cómo tendrá que vender cada uno de ellos?**

- A) 170    B) 200    C) 250    D) 270    E) 300

Resolución:

Precio cada lapicero

$$5400 \div 30 = 180$$

Cada lapicero cuesta 180.

Lo recaudado por 18 lapiceros es:

$$18 \times 180 = 3240$$

Entre 12

$$3240 \div 12 = 270$$

**RPTA.: D**

5. Por 3 cocos me dan 8 sandías, y por 16 sandías sólo recibo 4 piñas. **¿Cuántos cocos debo dar para recibir 30 piñas?**

A) 35 B) 25 C) 45 D) 55 E) 65

Resolución:

3 cocos  $\leftrightarrow$  8 sandías  
16 sandías  $\leftrightarrow$  4 piñas  
30 piñas  $\leftrightarrow$  x cocos

$$\begin{aligned} 3(16)(30) &\leftrightarrow 8(4)(x) \\ 45 &\leftrightarrow x \\ \therefore \text{S/. } &45 \end{aligned}$$



1. Si a un número añado 23, resto 41 de esta suma y la diferencia la multiplico por 12, obtengo 132. **¿Cuál es el número?**  
a) 13 b) 20 **c) 29** d) 30 e) 50
2. **Cuál es el número que multiplicado por 5, añadiéndole 6 a este producto y dividiendo esta suma entre 2 se obtiene 23.**  
**a) 8** b) 10 c) 12 d) 11 e) 15
3. En un cofre hay un total de s/. 183 en 45 monedas de s/. 5 y s/. 2 **¿cuántas monedas son de mayor denominación?**  
a) 62 b) 34 c) 12 **d) 31** e) 53
4. Tenía cierta cantidad de dinero, pagué una deuda de \$86, entonces recibí una cantidad igual a la que me quedaba y después presté \$20 a un amigo. Si ahora tengo \$232. **¿Cuánto tenía al principio?**  
a) 123 **b) 212** c) 150 d) 126 e) 142
5. Dos libros de matemática equivalen a 5 cuadernos. **¿Cuántos libros de matemática equivalen a 10 libros de historia, sabiendo que 7 cuadernos equivalen a 2 libros de historia?**  
a) 12 **b) 14** c) 11 d) 13 e) 15
6. Lupe tiene s/. 615 en billetes de s/.10 y de s/. 5. si tiene un total de 76 billetes **¿Cuántos son de s/. 5?**

a) 21 b) 19 c) 23 d) 27 **e) 29**

7. El lunes perdí \$40; el martes gané \$125; el miércoles gané el doble de lo que tenía el martes y el jueves después de perder la mitad de lo que tenía me quedan \$465. **¿Cuánto tenía antes de empezar a jugar?**  
**a) 380** b) 150 c) 190 d) 200 e) 280

8. Un padre deja una herencia de \$152000 a cada una de sus hijos. Antes de efectuarse el reparto muere uno de ellos y la suma que le corresponde se distribuye equitativamente entre sus hermanos, quienes reciben entonces \$190000 cada uno. **¿Cuántos eran los hijos?**

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 **e) 5**

9. Dos secretarias tienen que escribir 300 cartas cada una, la primera escribe 15 cartas por hora y la segunda 13 cartas por hora, cuando la primera haya terminado su tarea. **¿Cuántas cartas faltarán por escribir a la segunda?**

a) 15 b) 20 c) 30 **d) 40** e) 80

10. Juan, Pedro y Lucho están jugando con la condición que aquel que pierda tiene que duplicar el dinero de los otros 2. Si cada uno ha perdido una partida en el orden en que han sido nombrados, quedándose luego de haber perdido el último, con 20 soles cada uno. **¿Cuánto tenía inicialmente Juan?**

a) 60 b) 10 **c) 17,5** d) 32,5 e) 50



11. Tengo 50 billetes, unos de s/.10 y otros de s/. 50. si uso todos los billetes que tengo para pagar una deuda de s/. 780, **¿Cuántos billetes son de s/. 10?**

a) 35 **b) 43** c) 26 d) 41 e) 29

12. Multiplicamos un número por 4, producto al que luego restamos 12, dividiendo en seguida el resultado por 3, para volver a multiplicar por 6 añadiendo luego 3 al resultado, dividiendo

finalmente por 3 resulta 89. **¿Cuál es el número inicial?**

- a) 23 **b) 36** c) 60 d) 26 e) 42

13. Con 9 reglas se obtiene 5 lapiceros, con 4 lápices se obtiene 3 lapiceros. **¿Cuántas reglas se obtiene con 20 lápices?**

- a) 17 **b) 27** c) 12 d) 16 e) 15

14. Al multiplicarse por 315 un cierto número, éste aumenta en 98910. **¿Cuál es ese número?**

- a) 300 **b) 315** c) 215 d) 420 e) 425

15. Un negociante tiene para vender relojes a \$58 c/u y cadenas a \$32 c/u. Si en total tiene 33 artículos y piensa obtener en total \$1394. **¿Cuántas cadenas tiene?**

- a) 18 b) 13 **c) 20** d) 15 e) 12

**SEMANA 06**

**TEMA 12: PLANTEO DE ECUACIONES**



**¿Qué es una ecuación?**

Es una relación de igualdad que se establece entre dos expresiones matemáticas que tienen como mínimo una incógnita. Esta igualdad puede verificarse o no, en el primer caso si al menos hay una solución y en el segundo caso si no presenta solución.

**¿Cómo plantear una ecuación?**

Para plantear una ecuación es recomendable los siguientes pasos:

1. Leer el problema dos veces
  - la primera para saber de qué se trata
  - la segunda de manera más lenta para poder analizar profundamente.
2. Identifique a qué representa la incógnita y separe los datos.
3. Relacionar los datos con la incógnita.

4. Buscar dos expresiones con la participación de la incógnita, en uno de ellos o en los dos, que presenten lo mismo e igualar (ecuación formada)
5. Resolver la ecuación
6. Comprobar los resultados

**Para un mejor trabajo nos ejercitaremos en la parte de traducción de expresiones verbales a lenguaje simbólico.**

1. El triple de un número: \_\_\_\_\_
2. El triple de un número es aumentado en 5: \_\_\_\_\_
3. El triple de la suma de un número con 5: \_\_\_\_\_
4. El doble del cuadrado de un número: \_\_\_\_\_
5. El cuadrado del doble de un número: \_\_\_\_\_
6. La mitad de un número es aumentado en 6: \_\_\_\_\_
7. La mitad de la suma de un número con 6: \_\_\_\_\_
8. Un número aumentado en sus 3/10: \_\_\_\_\_
9. Un número aumentado en 3/10: \_\_\_\_\_
10. La diferencia de los cuadrados de dos números: \_\_\_\_\_
11. El cuadrado de la diferencia de dos números: \_\_\_\_\_
12. El cuadrado de la suma de tres números consecutivos: \_\_\_\_\_
13. La suma de los cuadrados de tres números consecutivos: \_\_\_\_\_

14. Yo tengo en dinero tres veces lo que tú tienes:

\_\_\_\_\_

15. Yo tengo en dinero tres veces más de lo que tú tienes:

\_\_\_\_\_

**EJERCICIOS RESUELTOS:**

5. El triple de un número es aumentado en 6, lo cual es igual al cuádruplo de su diferencia con 8. **Hallar la mitad del número, aumentado en 10.**

- A) 27    B) 28    C) 29    D) 30    E) 31

Resolución:

Sea "x" el número

Del enunciado tenemos:

$$3x + 6 = 4(x - 8) \quad \text{Nos piden: } \frac{3x}{2} + 10 = 29$$

$$3x + 6 = 4x - 32$$

$$38 = x \quad \text{el número es 38}$$

**RPTA.: C**

6. En una granja hay 20 pollos más que patos. Si se vendiesen 25 pollos y se compraran 20 patos, resultaría que el número de patos sería el doble del número de pollos. **¿Cuántos pollos hay en la granja?**

- A) 50                      B) 55                      C) 45  
D) 40                      E) 35

Resolución:

$$\text{Pollos} = x + 20 \quad \text{Patos} = x$$

Si se vendiese 25 pollos, quedarían:  $(x - 5)$  pollos

Si se compraron 20 patos, quedarían:  $(x + 20)$  patos

$$\text{El número de patos} = 2(\text{número de pollos})$$

$$x + 20 = 2(x - 5)$$

$$x = 30$$

En la granja hay:  $30 + 20 = 50$  pollos.

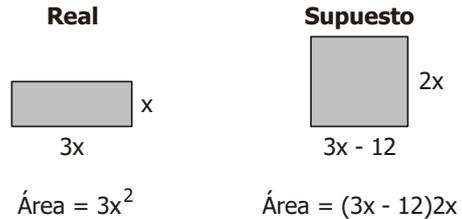
**RPTA.: A**

7. El largo de un rectángulo es el triple del ancho. Si el largo disminuiría 12 m y el ancho se duplicará, su área seguiría siendo la misma. **¿Cuál es el perímetro de dicho rectángulo?**

- A) 58    B) 60    C) 62    D) 64    E) 66

Resolución:

Graficando ambos casos:



Por condición:(áreas iguales)

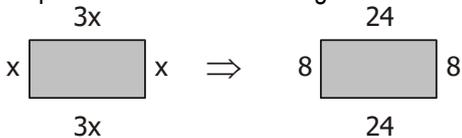
$$3x^2 = 2x(3x - 12)$$

$$3x = 2(3x - 12)$$

$$3x = 6x - 24$$

$$x = 8$$

El perímetro de dicho rectángulo es:



$$2p = 64 \text{ m}$$

**RPTA.: D**

8. Una pieza de tela tiene 40 metros de longitud. En una segunda compra que se hizo, se adquirió los del resto que había quedado después de la primera compra. Sabiendo que en las dos compras se adquirió la misma longitud, **¿cuántos metros se compraron la primera vez?**

- A) 12    B) 16    C) 18    D) 10    E) 14

Resolución:

Primera compra: "x" metros  
queda:  $(40 - x)$ m

$$\text{Segunda compra: } \frac{2}{3}(40 - x)\text{m}$$

Por condición:

$$x = \frac{2}{3}(40 - x) \Rightarrow 5x = 80$$

$x = 16$  La primera vez se compró 16 m

**RPTA.: B**

9. En una reunión hay 5 hombres más que mujeres, luego llegaron un grupo de personas cuyo número era igual al de los hombres inicialmente presentes, de modo que en la reunión todos están en pareja y hay 50 hombres en total. Hallar el número de hombres inicialmente presentes.

A) 50 B) 55 C) 45 D) 25 E) 35

Resolución:

Número de hombres =  $x + 5$ ; Número de mujeres =  $x$

Si llegan  $(x + 5)$  personas y al final hay 50 hombres y todos están en pareja, quiere decir que al final hay 100 personas.

$$\begin{aligned} \text{Total de personas} &= x + 5 + x + x + 5 = 100 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

Número de hombres al inicio: 35

**RPTA.: D**



1. El cociente de dos números es 7 y su residuo es 8. **Determina la diferencia de dichos números si suman 136.**
- A) 115 B) 120 C) 90 **D) 104** E) 100
2. Lourdes compró una muñeca, un vestido y un par de zapatos por 400 soles. Los zapatos costaron 30 soles más que el vestido y la muñeca 20 menos que el vestido. **Calcula el precio del vestido.**
- A) 100 B) 110 **C) 130** D) 150 E) 120
3. El numerador de una fracción excede al denominador en 1 y si al denominador se le

agrega 10 unidades, el valor de la fracción sería  $1/2$ . **Encuentra dicha fracción.**

**A) 9/8** B) 5/3 C) 3/2 D) 7/5 E) 1/4

4. En un salón de 164 alumnos se observa que la séptima parte de las mujeres son 14 y la onceava parte de los hombres no son responsables. **¿Cuántos hombres son responsables?**

A) 98 **B) 60** C) 40 D) 66 E) 100

5. La edad de Ramona es el doble de la de Juana, y hace 15 años, la edad de Ramona era el triple de la edad de Juana. **¿Cuál es la edad actual de Ramona?**

A) 25 años B) 15 años C) 45 años  
D) 30 años **E) 60 años**

6. El papá de Juan acude al hipódromo con S/.4300 y cuando ya ha perdido S/.700 más de lo que no ha perdido, apuesta lo que le queda y lo triplica. **¿Ganó o perdió? ¿Cuánto?**

**A) S/.1100** B) S/.1200 C) S/.4000  
D) S/.1800 E) S/.1000

7. **¿En cuánto aumenta un número de 2 cifras al invertir sus cifras, si la diferencia entre dichas cifras es 5?**

A) 15 B) 30 **C) 45** D) 20 E) 40

8. En una reunión el número de hombres es al de las mujeres como 4 es a 5. Si se retiran 8 parejas de esposos la nueva relación es de 2 a 3. **¿Cuántos invitados asistieron?**

A) 30 B) 20 C) 10 **D) 36** E) 25

9. Al cine asistieron 399 personas entre hombres, mujeres y niños. Si el número de hombres es el quintuple que el de mujeres y el número de mujeres es el triple que el de niños. **¿Cuántos hombres hay?**

**A) 315** B) 220 C) 135 D) 399 E) 200

10. Daniel tiene 5 veces más que José. Si Daniel pierde S/.50 y José gana S/.30, entonces

José tendría 3 veces más de lo que queda a Daniel. **¿Cuánto tiene José?**

- A) S/.15                      B) S/.60                      **C) S/.10**  
 D) S/.30                      E) S/.40



11. De los S/.80 que tenía, si no hubiera comprado un chocolate que me costó S/.10, tan solo hubiera gastado los 3/5 de lo que no hubiera gastado. **¿Cuánto gasté?**

- A) S/.25                      B) S/.20                      C) S/.30  
 D) S/.10                      **E) S/.40**

12. El número de patos excede en 8 al número de gallinas. Si se agregan 17 patos y se retiran 7 gallinas, entonces la relación de gallinas a patos es de 1 a 5. **¿Cuántos patos había al inicio?**

- A) 20                      **B) 23**                      C) 18                      D) 15                      E) 13

13. Una suma de S/.120 se reparte en partes iguales entre cierto número de personas. Si el número de persona hubiera sido 1/5 más de las que había; cada persona hubiera recibido S/.2 menos. **¿Entre cuántas personas se repartió el dinero?**

- A) S/.30                      B) S/.15                      **C) S/.10**  
 D) S/.40                      E) S/.20

14. Varios gorriones se posan en unos postes. Si sobre cada poste hay un solo gorrion, quedan 3 gorriones volando; y si sobre cada poste hay 3 gorriones quedan 3 postes libres. **¿Cuántos postes hay?**

- A) 6**                      B) 7                      C) 8                      D) 9                      E) 1

15. Al preguntar un padre a su hijo cuánto gastó de los S/.350 que le dio, este le contesta: "Las tres cuartas partes de lo que no gasté". **¿Cuánto le queda?**

- A) S/.250                      B) S/.300                      C) S/.400  
**D) S/.200**                      E) S/.150

**SEMANA 07**

**TEMA 13: EDADES**

En este capítulo se debe tener en cuenta que en los problemas intervienen: sujetos, tiempos y edades.

**SUJETOS:** Son los protagonistas que generalmente son personas y en algunos casos los animales, los objetos, etc.

**TIEMPOS:** Es uno de los puntos más importantes, pues si se interpreta inadecuadamente el tiempo mencionado se complicará la resolución del problema.

	Expresiones comunes usados en los problemas.
<b>PASADO</b>	Tenía, tenías, teníamos, cuando él tenía, hace 3 años, etc.
<b>PRESENTE</b>	Tengo, tienes, tenemos, mi edad es, tú tienes, la suma de nuestras edades es, ... , etc.
<b>FUTURO</b>	Tendré, tengas, dentro de 4 años, él tendrá, tendremos, etc.

**EDAD:** Es un lapso de tiempo perteneciente a la existencia de un sujeto, se da generalmente en años, pero puede darse en días o meses.

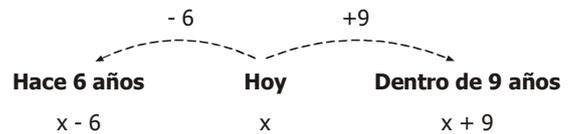
**"La diferencia de las edades entre dos sujetos permanece constante"**

**EJERCICIOS RESUELTOS:**

1. La edad de Evelyn dentro de 9 años será el doble de la edad que tenía hace 6 años. **¿Cuántos años cumplirá dentro de 5 años?**

- A) 20                      B) 22                      C) 24  
 D) 26                      E) 28

Resolución:



Por condición:

$$2(x - 6) = x + 9 =$$

$$2x - 12 = x + 9 =$$

$$x = 21$$

Luego dentro de 5 años tendrá:  $21 + 5 = 26$  años

**RPTA.: E**

2. ¿Cuántos años tiene una persona sabiendo que la raíz cuadrada de la edad que tenía hace 3 años más la raíz cuadrada de la edad que tendrá dentro de 6 años suman 9 años?

A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 27

Resolución:

Según los datos:

	Hace 3 años	Edad actual	Dentro de 6 años
Persona	$x - 3$	$x$	$x + 6$

Según el enunciado:

$$\begin{aligned} \sqrt{x-3} + \sqrt{x+6} &= 9 \\ \sqrt{x+6} &= 9 - \sqrt{x-3} \\ (\sqrt{x+6})^2 &= (9 - \sqrt{x-3})^2 \\ x+6 &= 81 - 18\sqrt{x-3} + x-3 \\ 18\sqrt{x-3} &= 72 \\ \sqrt{x-3} &= 4 \\ x-3 &= 16 \\ x &= 19 \end{aligned}$$

La persona tiene 19 años.

**RPTA.: A**

3. Alejandro nació en  $19ab$  y en  $19ba$  cumplió " $5a + 3b$ " años. ¿En qué año cumplió " $a + 2b + 1$ " años?

A) 1953 B) 1955 C) 1957 D) 1959  
E) 1961

Resolución:

Sabemos que: Edad = Año actual - Año de nacimiento

En el problema:

$$\begin{aligned} 5a + 3b &= \overline{19ba} - \overline{19ab} \\ 5a + 3b &= 1900 + 10b + a - (1900 + 10a + b) \\ 5a + 3b &= 9b - 9a \\ 14a &= 6b \\ \frac{a}{b} &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Luego:  $a = 3$  y  $b = 7$

Entonces Alejandro nació en  $19ab = 1937$ .

Además:  $a + 2b + 1 = 3 + 2(7) + 1 = 18$  años

Cumplió 18 años en:  $1937 + 18 = 1955$

**RPTA.: B**

4. Emilia en 1972 descubrió que su edad era igual al doble del número formado por las 2 últimas cifras del año de su nacimiento (en ese orden). ¿En qué año nació Emilia?

A) 1918 B) 1920 C) 1922  
D) 1924 E) 1926

Resolución:

Año de nacimiento:  $\overline{19ab}$

Edad:  $2(\overline{ab})$

Año actual: 1972

Sabemos que:

$$\text{Año nacimiento} + \text{Edad} = \text{Año Actual}$$

reemplazando:

$$\overline{19ab} + 2(\overline{ab}) = 1972$$

}

$$1900 + \overline{ab} + 2(\overline{ab}) = 1900 + 72$$

$$3(\overline{ab}) = 72$$

$$\overline{ab} = 24$$

Emilia nació en 1924.

**RPTA.: D**

5. Se le pregunta por su edad a Jessica y ella responde: "Al año en que cumplí los 15 se le agrega el año en que cumplí los 20 y a este resultado se le resta el año en que nací y el

actual, obteniéndose 11". **¿Cuántos años tiene Jessica?**

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Resolución:

Año de nacimiento : a  
 Edad : b  
 Año actual : a + b

Del enunciado:

$$a + 15 + a + 20 - (a + a + b) = 11$$

$$b = 24$$

Jessica tiene 24 años

**RPTA.: C**



1. Si tuviera 15 años más, entonces lo que me faltaría para cumplir 78 años sería los cinco tercios de la edad que tuve hace 7 años. **¿Qué edad tendré dentro de 5 años?**

- A) 38 años B) 34 años C) 35 años  
 D) 32 años E) 33 años

2. Si al año en que cumplí los 18 años le suman el año en que cumplí los 24 y le restan el año en que nací y el año actual, se obtiene 12. **¿Cuál es mi edad?**

- A) 33 años B) 25 años C) 30 años  
 D) 27 años E) 40 años

3. Dentro de 10 años tendré el doble de la edad que tuve. Si tendría lo que tuve, tengo y tendré, mi edad sería el triple de la edad que tengo. **¿Qué edad tuve hace 5 años?**

- A) 30 años B) 40 años C) 32 años  
D) 25 años E) 28 años

4. En la actualidad tengo 18 años, **¿hace cuántos años tuve la mitad de la edad que tendré dentro de 12 años?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. Dentro de 14 años, Lucy tendrá el doble de la edad que tenía hace 8 años. **Halla la edad que tenía Lucy el año pasado.**

- A) 43 años B) 29 años C) 30 años  
 D) 31 años E) 44 años

6. Si al triple de la edad que tendré dentro de 4 años le sumo el cuádruple de la edad que tenía hace 9 años, resultará el séxtuple de mi edad actual. **¿Qué edad tengo?**

- A) 20 años B) 17 años C) 24 años  
 D) 15 años E) 27 años

7. Hoy nació mi hijo y mi edad es el triple de la que tuve en un determinado pasado. Cuando mi hijo cumpla 18 años, yo tendré 48 años. **¿Cuántos años tuve en el pasado mencionado?**

- A) 30 B) 29 C) 18 D) 10 E) 25

8. Si 3 veces la edad de mi hija equivale a 2 veces la edad de mi hijo; y hace 3 años, 3 veces la edad de mi hija era equivalente a la edad de mi hijo en ese entonces. **¿Cuántos años tiene mi hijo?**

- A) 10 B) 8 C) 4 D) 6 E) 5

9. Preguntando a una persona por su edad, esta responde: "Si al doble de mi edad le quitan 17 años, se obtendrá su complemento aritmético". **Calcula la edad de la persona.**

- A) 9 años B) 39 años C) 18 años  
D) 9 o 39 años E) 27 años

10. Dentro de 8 años la suma de nuestras edades será 46 años, pero hace n años la diferencia de nuestras edades era 4 años. **¿Hace cuántos años la edad de uno era el triple de la edad del otro?**

- A) 11 años B) 12 años C) 13 años  
 D) 15 años E) 14 años



11. Las edades de Elena y Carla suman 55 años. Si cuando Carla nació Elena tenía la sexta parte de la edad que tiene ahora, ¿cuántos años tiene Carla?

- A) 13 años      B) 18 años      C) 20 años  
D) 17 años      **E) 25 años**

12. En 1990, la edad de Paola era 4 veces la edad de Vicky y en 1998 la edad de Paola fue el doble de la edad de Vicky. **Halla la edad actual de Vicky si ya cumplió años (año actual: 2004).**

- A) 20 años      B) 22 años      **C) 18 años**  
D) 15 años      E) 13 años

13. En 1920 la edad de Elena era cuatro veces la edad de Mónica; en 1928 la edad de Elena fue el doble de la edad de Mónica. **¿Cuál fue la edad de Elena en 1930?**

- A) 18 años      **B) 26 años**      C) 15 años  
D) 14 años      E) 20 años

14. Hace 2 años la edad de Renato era  $(a + b - c)$  años y dentro de 5 años tendrá  $(2b - 2c + a)$  años. **Halla el valor (en años) de:  $3b - 3c$**

- A) 18 años      B) 13 años      C) 19 años  
**D) 21 años**      E) 15 años

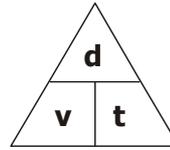
15. Katy tuvo su primer hijo a los 25 años, su segundo hijo a los 30 años y 3 años después a su tercer hijo. Si actualmente (2013) la suma de todas las edades es 92. **¿En qué año nació Katy?**

- A) 1965      B) 1975      C) 1970  
**D) 1968**      E) 1978

**SEMANA 07**

**TEMA 14: MOVILES**

En este capítulo veremos problemas enmarcados dentro del movimiento rectilíneo uniforme (MRU) donde la aceleración es igual a cero y la velocidad constante.



donde:  
d = distancia  
v = velocidad  
t = tiempo

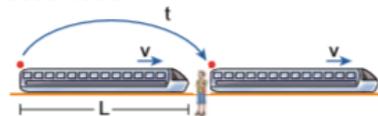
$d = v \cdot t$        $v = \frac{d}{t}$        $t = \frac{d}{v}$

Tiempo de encuentro  $(T_e) = \frac{d}{V_1 + V_2}$

Tiempo de alcance  $(T_a) = \frac{d}{V_1 - V_2}$        $V_1 > V_2$

**Casos particulares:**

- Cuando un tren pasa delante de un observador.

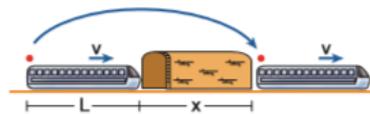


$L = v \times t$

Donde:

- L: longitud del tren
- v: velocidad del tren
- t: tiempo que tarda el tren en pasar totalmente delante del observador

- Cuando un tren pasa por un túnel.



$L + x = v \times t$

Donde:

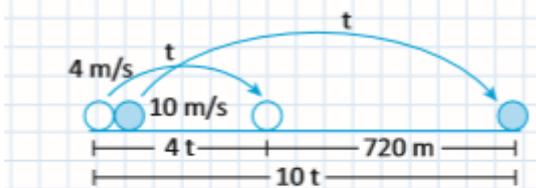
- L: longitud del tren
- v: velocidad del tren
- t: tiempo que tarda el tren en pasar totalmente por el túnel

**EJERCICIOS RESUELTOS:**

1. Dos móviles parten simultáneamente del mismo punto y en la misma dirección con velocidades de 10 m/s y 4 m/s, respectivamente. **¿Después de cuánto tiempo estarán separados 720 m?**

A) 120 B) 110 C) 125 D) 135 E) 120

Resolución:



De los datos y del gráfico:

$$4t + 720 \text{ m} = 10t$$

$$720 \text{ m} = 6t$$

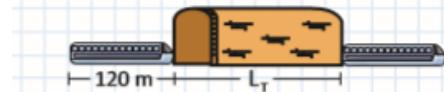
$$\therefore t = 120 \text{ s}$$

**RPTA.: A**

2. Un tren cuya longitud es 120 m, se demora 60 s en cruzar un túnel. **Halla la longitud del túnel, si la rapidez del tren es 36 km/h.**

A) 420 B) 440 C) 460 D) 480 E) 500

Resolución:



Datos:

$$L_T = 120 \text{ m}$$

$$v_{\text{tren}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{5}{18} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 60 \text{ s}$$

Del gráfico:

$$d = v \times t$$

$$120 \text{ m} + L_T = 10 \text{ m/s} \times 60 \text{ s}$$

$$120 + L_T = 600$$

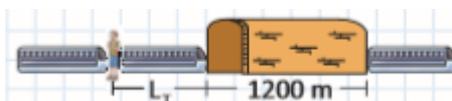
$$\therefore L_T = 480 \text{ m}$$

**RPTA.: D**

3. Un tren, para atravesar un túnel de 1200 m de longitud tarda 70 s y en pasar delante de un observador tarda 20 s. **¿Cuál es la longitud del tren?**

A) 500 B) 510 C) 480 D) 460 E) 450

Resolución:



Para el observador:

$$L_T = v(20) \dots (I)$$

Para el túnel:

$$1200 + L_T = v(70) \dots (II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$1200 + 20v = 70v$$

$$1200 = 50v$$

$$v = 24 \text{ m/s}$$

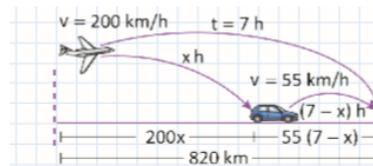
$$\text{Luego: } L_T = 24(20) = 480 \text{ m}$$

**RPTA.: C**

4. Un hombre debe realizar un viaje de 820 km en 7 h. Si realiza parte del viaje en un avión a 200 km/h y el resto en auto a 55 km/h. **Halla la distancia recorrida en avión.**

A) 600 B) 610 C) 680 D) 660 E) 650

Resolución:



Del gráfico:

$$200x + 55(7 - x) = 820$$

$$200x + 385 - 55x = 820$$

$$145x = 435$$

$$x = 3 \text{ h}$$

$$d_{\text{avión}} = v \times t$$

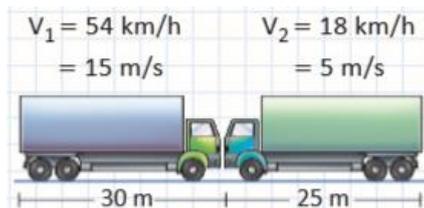
$$= 200 \text{ km/h} \times 3 \text{ h} = 600 \text{ km}$$

**RPTA.: A**

5. Dos camiones de 30 m y 25 m, cada uno, van con velocidades de 54 km/h y 18 km/h, respectivamente. Sabiendo que se encuentran en sentidos opuestos, **calcula el tiempo que tardarán en cruzarse totalmente.**

A) 2,25 B) 2,55 C) 2,66 D) 2,75 E) 2,85

Resolución:



$$t_{\text{cruce}} = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}$$

Reemplazando:  $t_{\text{cruce}} = \frac{30 \text{ m} + 25 \text{ m}}{15 \text{ m/s} + 5 \text{ m/s}}$

$$t_{\text{cruce}} = \frac{55 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 2,75 \text{ s}$$

RPTA.: D



- Un corredor que parte de A da una ventaja de 300 m a otro que parte de B. Si el primero recorre 3 metros por segundo más que el otro. **¿A qué distancia de B lo alcanzará?** ( $v_B = 45 \text{ km/h}$ )  
 A) 1320 m      B) 1800 m      C) 1150 m  
**D) 1250 m**      E) 1350 m
- Un tren cruza un poste en 8 s y un túnel de 400 m lo cruza en 10 s. **¿Cuál es la longitud del tren?**  
 A) 1900 m      **B) 1600 m**      C) 1700 m  
 D) 1500 m      E) 1800 m
- Si un bote cruza el largo de un lago a 18 km/h, demoraría 15 minutos menos que si lo hubiera cruzado a 12 km/h. **¿Cuál es la longitud del lago en kilómetros?**  
**A) 9 km** B) 8 km C) 4 km D) 7 km E) 6 km
- Un auto recorre 400 km a una velocidad constante. Si aumentara su velocidad en 20 km/h, el viaje duraría una hora menos, **¿cuál es su velocidad?**  
 A) 90 km/h      B) 60 km/h      **C) 80 km/h**  
 D) 70 km/h      E) 100 km/h
- Dos móviles parten de un mismo punto y se mueven en el mismo sentido con velocidades de 37 m/s y 63 m/s. Delante de ellos a 500 m hay un poste, **¿después de qué tiempo los móviles equidistan del poste?**  
 A) 15 s B) 12 s C) 20 s D) 8 s **E) 10 s**
- En una pista circular de 3000 m, dos atletas parten simultáneamente, pero en sentidos

opuestos, cruzándose al cabo de 20 minutos, y luego, 5 minutos más tarde, el más rápido llegó al punto de partida. **Halla la rapidez del otro atleta.**

- A) 10 m/min      **B) 30 m/min**      C) 40 m/min  
 D) 80 m/min      E) 50 m/min

- Un ciclista cuya rapidez es 24 m/s se encuentra a 8 m de la parte trasera de un tráiler cuya longitud es 22 m y rapidez 18 m/s. Si ambos se encuentran en una carretera, viajando en un mismo sentido. **Halla al tiempo para que el ciclista adelante al tráiler por 60 m.**  
 A) 30 s      **B) 15 s**      C) 25 s      D) 35 s      E) 20 s
- El tiempo que demoran en encontrarse dos autos que viajan en sentidos contrarios y separados inicialmente por 80 m es 20 s, y si viajasen en el mismo sentido, el de mayor rapidez alcanza al otro en 40 s. **Determina la rapidez de cada auto.**  
 A) 4 m/s y 2 m/s  
 B) 2 m/s y 1 m/s  
**C) 3 m/s y 1 m/s**  
 D) 3 m/s y 4 m/s  
 E) 3 m/s y 2 m/s
- Dos trenes de igual longitud se desplazan en sentidos contrarios, uno a una velocidad de 72 km/h y el otro a 36 km/h. **¿Cuántos segundos tardarán en cruzarse, si cada tren tiene una longitud de 120 m?**  
 A) 12 s      **B) 8 s**      C) 18 s      D) 32 s      E) 16 s
- Un bote navega por un río, aguas arriba, describiendo una velocidad de 30 km/h y aguas abajo (a favor del río) a 50 km/h. **Determina la velocidad del río en km/h.**  
 A) 30 km/h      B) 20 km/h      C) 40 km/h  
 D) 25 km/h      **E) 10 km/h**
- Un hombre rema 60 km río abajo empleando el mismo tiempo que emplea en remar 20 km



río arriba. **Halla la velocidad del bote en aguas tranquilas, si la velocidad de la corriente es 5 km/h.**

- A) 10 km/h      B) 20 km/h      C) 30 km/h  
D) 40 km/h      E) 50 km/h

12. Un auto se dirige de una ciudad A a otra B que distan  $d$  metros, con una rapidez  $v$ ; de B regresa con  $v/2$  y finalmente de A emplea  $v/4$  para volver a la ciudad B. **Halla el tiempo total de viaje.**

- A)  $7 d/v$  B)  $8 v/d$  C)  $14 d/v$  D)  $21 v/d$  E)  $15 d/v$

13. Un ciclista se dirige de una ciudad A a otra B dividiendo su recorrido en tres partes iguales. El primer tramo lo recorre a una rapidez de 60 km/h, el segundo tramo a 30 km/h y el último a 20 km/h. **Halla la rapidez media del ciclista.**

- A) 20 km/h      B) 55 km/h      C) 30 km/h  
D) 60 km/h      E) 40 km/h

14. Una persona sale todos los días de su casa a la misma hora y llega a su trabajo a las 10:00 h; un día se traslada al triple de la velocidad original y llega a su trabajo a las 8:00 h. **¿A qué hora sale siempre de su casa?**

- A) 7:00 h      B) 6:00 h      C) 5:00 h  
D) 4:00 h      E) 9:00 h

15. Luis y Alberto parten de una ciudad a otra, situada a 24 km de la primera; Luis lo hace con una rapidez de 2 km por hora menos que Alberto, llegando a su destino con una hora de retraso. **¿Cuál es la rapidez de Luis?**

- A) 5 km/h      B) 4 km/h      C) 6 km/h  
D) 8 km/h      E) 9 km/h

## SEMANA 08

### TEMA 15: CRONOMETRIA – I

Respecto a este tema, existen diversos problemas, entonces, para un mejor entendimiento los clasificaremos de la siguiente manera: Problemas sobre campanadas.

Problemas sobre tiempo transcurrido y tiempo que falta transcurrir.

Problemas sobre adelantos y atrasos.

Problemas sobre ángulos formados por las manecillas de un reloj.

#### **CAMPANADAS**

$$\text{Número de campanadas} = \text{Número de Intervalos} + 1$$

$$\text{Tiempo total} = \left( \frac{\text{Número de}}{\text{Intervalos}} \right) \times \left( \frac{\text{Tiempo de}}{\text{cada Intervalo}} \right)$$

**Importante Para expresar el número de intervalos, al número de campanadas le restamos una unidad.**

**Ejemplo:**

7 campanadas  $\leftrightarrow$  6 intervalos

5 campanadas  $\leftrightarrow$  4 intervalos

3 campanadas  $\leftrightarrow$  2 intervalos

#### **TIEMPO TRANSCURRIDO Y TIEMPO QUE FALTA TRANSCURRIR**

Atención: Para el desarrollo de este tipo de problemas nos ayudaremos de un gráfico representado por una recta, tomando como base un día que tiene 24 horas y de acuerdo a los datos dividiremos la recta en partes.

#### **ADELANTOS Y ATRASOS**

Recuerda: Si el reloj está atrasado, entonces la hora que marca será la hora real menos el atraso, esto es:

$$HM = HR - \text{atraso}$$

Donde: HM: hora marcada

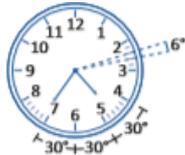
HR: hora real

Atención: Si el reloj está adelantado, entonces la hora que marca será la hora real más el adelanto, esto es:

$$HM = HR + \text{adelanto}$$

Donde: HM: hora marcada  
HR: hora real

### ÁNGULO FORMADO POR LAS MANECILLAS DE UN RELOJ



Analizamos el recorrido del horario y el minuterio:



Observación: Cada vez que el minuterio avanza una cantidad en minutos, entonces el horario avanza en minutos la doceava parte o también la mitad de dicha cantidad, pero en grados.

Ejemplo:

Minuterio	Horario
48 min	4 min o 24°
36 min	3 min o 18°
18 min	1,5 min o 9°

Atención: Para esta clase de problemas se recomienda analizar a partir de la hora exacta a la hora indicada.

Ejemplo:

HORA INDICADA	HORA EXACTA
1:28	1:00
3:17	3:00
5:23	5:00

### EJERCICIOS RESUELTOS:

1. Un reloj indica la hora con igual número de campanadas. Si para dar las 3 horas se demora un segundo, ¿cuánto tardará en dar las 9 horas?

A) 5 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Resolución:

$$\begin{aligned} 3 \text{ camp} &\rightarrow 1 \text{ s} \\ 9 \text{ camp} &\rightarrow x \end{aligned}$$

Luego: 3 campanadas  $\leftrightarrow$  2 intervalos  
9 campanadas  $\leftrightarrow$  8 intervalos

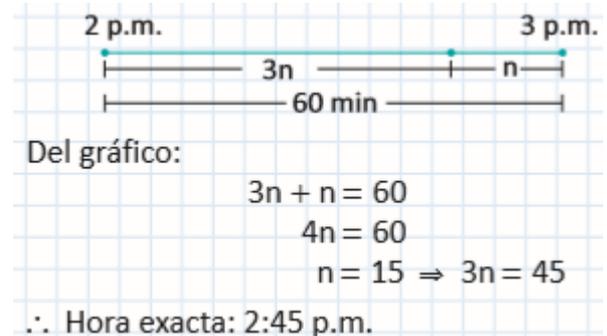
$$\begin{aligned} \text{Entonces: } 2 \text{ int} &\rightarrow 1 \text{ s} \\ 8 \text{ int} &\rightarrow x \\ 2x &= 8 \\ \therefore x &= 4 \text{ s} \end{aligned}$$

RPTA.: C

2. Son más de las 2 p.m., pero aún no son las 3 p.m. Si los minutos transcurridos desde las 2 p.m. es el triple de los minutos que faltan transcurrir para que sea las 3 p.m. ¿Qué hora es?

A) 2:45 pm B) 2:25 pm C) 2:35 pm  
D) 2:55 pm E) 2:00 pm

Resolución:



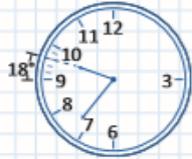
RPTA.: A

3. Isabel al ver la hora confunde el minuterio por el horario y viceversa; y dice: "son las 7 h 48 min". ¿Qué hora es realmente?

A) 9 h 25 m B) 9 h 15 m C) 9 h 18 m  
D) 9 h 28 m E) 9 h 36 m

Resolución:

La posición de las agujas es la siguiente:



Hora que observó Isabel:

7 h 48 min (hora incorrecta)

Para saber la hora correcta recordar:

Horario	Minutero
$\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$	x min
$18^\circ$	36 min

∴ Son las 9 h 36 min.

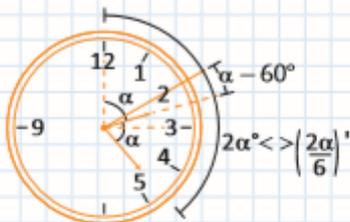
**RPTA.: E**

4. ¿A qué hora inmediatamente después de las 2 el minutero adelanta al horario tanto como el horario adelanta a la marca de las 12?

- A) 3 h 24 m    B) 9 h 24 m    C) 3 h 24 m  
D) 5 h 24 m    E) 7 h 24 m

Resolución:

Por condición del problema las agujas del reloj están en la posición mostrada.



Sabemos que:

$$\frac{h}{m} = \frac{1}{2}$$

h: recorrido del horario (en grados)

m: recorrido del minutero (en minutos)

En el problema:

$$\frac{\alpha - 60^\circ}{(2\alpha)/6} = \frac{1}{2}$$

$$12\alpha - 720^\circ = 2\alpha$$

$$10\alpha = 720^\circ \rightarrow \alpha = 72^\circ$$

El minutero marca:  $\left(\frac{2\alpha}{6}\right) \text{ min} = 2 \cdot \frac{72}{6} = 24 \text{ min}$

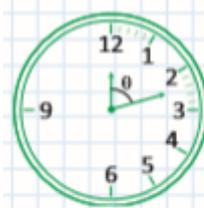
∴ Será a las 2 h 24 min.

**RPTA.: C**

5. ¿Qué ángulo forman entre sí las agujas de un reloj a las 12:12 horas?

- A)  $33^\circ$     B)  $66^\circ$     C)  $45^\circ$     D)  $45^\circ$     E)  $75^\circ$

Resolución:



Cuando un reloj marca 12 h, se toma  $H = 0$ , además  $M = 12$ .

Como el minutero adelanta al horario:

$$\text{Aplicamos: } \theta = \frac{11}{2}M - 30H$$

$$\theta = \frac{11}{2}(12) - 30(0)$$

$$\therefore \theta = 66^\circ$$

**RPTA.: B**



1. En cierto momento del día, las horas transcurridas son los  $\frac{3}{5}$  de lo que falta por transcurrir. ¿Qué hora es?

- A) 10:00 p.m.    **B) 9:00 a.m.**    C) 7:00 p.m.  
D) 6:00 a.m.    E) 9:00 p.m.

2. Faltan para las 9 horas la mitad de minutos que pasaron desde las 7 horas. ¿Qué hora marca el reloj?

- A) 8 h 20 min**    B) 7 h 40 min    C) 6 h 50 min  
D) 7 h 30 min    E) 8 h 40 min

3. Son más de las 6:00 a.m., pero todavía no son las 10:00 a.m., si los minutos que transcurrieron es a los minutos que faltan por transcurrir como 3 es a 5. ¿Qué hora será dentro de 4 horas?

- A) 11 h 20'    B) 7 h 30'    C) 8 h 30'  
**D) 11 h 30'**    E) 6 h 30'

4. Andrea pregunta: ¿Qué hora es? y, Manuel le responde: "Ya pasaron las 11 y falta poco para las 12. Además, dentro de 13 minutos faltará para las 13 horas la misma cantidad de minutos que habían pasado desde las 11 hace 7 minutos". ¿Qué hora es?

- A) 11 h 40'      B) 11 h 38'    C) 11 h 50'  
D) 11 h 45'      **E) 11 h 57'**
5. Si fuera 3 horas más tarde de lo que es, faltaría para acabar el día  $\frac{5}{7}$  de lo que faltaría, si es que fuera 3 horas más temprano. **¿Qué hora es?**
- A) 7:00 a.m.      B) 8:00 a.m.    **C) 6:00 a.m.**  
D) 11:00 a.m.    E) 4:00 a.m.
6. Un campanario tarda 3 segundos en tocar 3 campanadas. **¿En 9 segundos cuántas campanadas tocará?**
- A) 5    B) 8    C) 10    **D) 7**    E) 9
7. Un campanario tarda 4 segundos en tocar 5 campanadas. **¿Cuánto tiempo demora en tocar 10 campanadas?**
- A) 9 s**    B) 10 s    C) 8 s    D) 7 s    E) 6 s
8. Un reloj de alarma da 73 "beep" en 15 segundos. **¿Cuánto se demorará para dar 19 "beep"?**
- A) 2,5 s      **B) 3,75 s**      C) 3,78 s  
D) 3,76 s      E) 3,5 s
9. Un reloj demora  $(x^2 - 1)$  segundos en tocar  $x^2$  campanadas. **¿Cuántas campanadas tocará en  $(x - 1)$  segundos?**
- A)  $x - 1$     B)  $x^2$     C) 1    **D)  $x$**     E)  $x + 1$
10. Siendo las 2 p.m. un reloj empieza a adelantarse a razón de 2 minutos por cada hora. **¿Qué hora marcará este reloj cuando sean las 2 a.m. del día siguiente?**
- A) 2:24 a.m.**      B) 2:22 a.m.    C) 3:20 a.m.  
D) 2:18 a.m.      E) 2:17 a.m.



11. Una campana toca 3 campanadas en 7 segundos. **¿Cuántos segundos tardará en tocar 7 campanadas?**

- A) 20    **B) 21**    C) 27    D) 19    E) 18
12. El reloj de la catedral indica la hora con igual número de campanadas. Si tarda 6 segundos en dar las 4 h, **¿cuánto tardará en dar las 20 h?**
- A) 12 s    B) 13 s    C) 16 s    **D) 14 s**    E) 15 s
13. Un reloj da 12 campanadas en 12 segundos. **¿Cuánto demora en dar 34 campanadas?**
- A) 36 s**    B) 32 s    C) 33 s    D) 35 s    E) 34 s
14. Un reloj se adelanta 2 minutos cada 3 h. **¿A qué hora empezó a adelantarse, si a las 11 h 15 min de la noche marca las 11 h 27 min?**
- A) 5:18 a.m.      B) 5:17 a.m.    C) 5:22 a.m.  
D) 5:21 a.m.      **E) 5:15 a.m.**
15. Faltan para las 9 h la mitad de minutos que pasaron desde las 6 h. **¿Qué hora marca el reloj?**
- A) 8 h 30'      B) 7 h 30'      **C) 8 h**  
D) 6 h 30'      E) 7 h

**SEMANA 08**

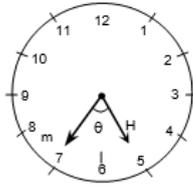
**SEMANA 08**

**TEMA 16: CRONOMETRÍA II**

**RELACIÓN ÁNGULO - HORA**

Estos problemas relacionan la hora marcada con el ángulo formado por las agujas del reloj. Para estos tipos de problemas es necesario recordar algunas cuestiones básicas sobre la circunferencia del reloj y las divisiones inscritas en él.

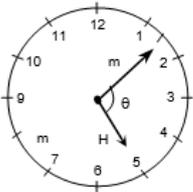
1<sup>er</sup> CASO: Cuando el minuterero adelanta al horario.



$$\theta = \frac{11}{2} m - 30H$$

"m" antes que "H"

2<sup>do</sup> CASO: Cuando el horario adelanta al minuterero.

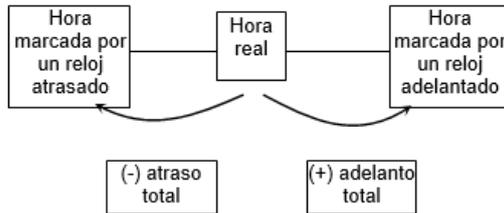


$$\theta = 30H - \frac{11}{2} m$$

"H" antes que "m"

### ADELANTOS Y ATRASOS

Estas situaciones se presentan como consecuencia de algún desperfecto en el reloj, por lo que no marcaran la hora correcta.



#### • ADELANTOS

$$HM = HR + AD$$

Donde:  
HM: Hora marcada  
HR: Hora real  
AD: Adelanto

#### • ATRASOS

$$HM = HR - AT$$

Donde:  
HM: Hora marcada  
HR: Hora real  
AT: Atraso

### PROBLEMAS RESUELTOS

#### Ejemplo 1:

Hace 12 horas y media se descompuo un reloj sufriendo un atraso de 8 min. cada 4 horas. Si en éste instante marca 8h 57min. ¿Cuál es la hora correcta?

**Solución:**

Tiempo	→	Atraso
4h	→	8min
12,5	→	x

$$x = \frac{12,5(8)}{4} = 25\text{min}$$

Sabemos:

$$HM = HR - \text{atraso}$$

$$8\text{h } 57\text{min} = HR - 25 \text{ min}$$

$$\boxed{9\text{h } 22 \text{ min} = HR}$$

#### Ejemplo 2:

Siendo las 8 a.m. empieza a adelantarse un reloj 5min cada hora. ¿Qué hora marcará cuando la hora correcta sea 10 pm del mismo día?

**Solución:**

Se adelantó durante:  
 $22\text{h} - 8\text{h} = 14\text{h}$

Tiempo	→	Adelanto
1h	→	5min
14h	→	x

$$x = 70 \text{ min} = 1\text{h } 10\text{min}$$

Sabemos:

$$HM = HR + \text{adelanto}$$

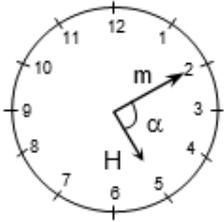
$$HM = 10\text{h} + 1\text{h } 10\text{min}$$

$$= \boxed{11 \text{ h } 10\text{min p.m.}}$$

#### Ejemplo 3:

Qué ángulo forman el horario y minuterero a las 5h 10min.

**Solución**



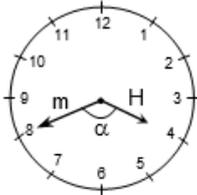
$$\alpha^\circ = -\frac{11}{2}(10) + 30(5)$$

$$\alpha^\circ = -55^\circ + 150^\circ = \boxed{95^\circ}$$

**Ejemplo 4:**

Halla la medida del ángulo que forman horario y minutero a las 3h 40min.

**Solución:**



$$\alpha^\circ = \frac{11}{2}(40) - 30(3)$$

$$\therefore \alpha^\circ = 220^\circ - 90^\circ = \mathbf{130^\circ}$$

**Ejemplo 5:**

Si el 1 de enero de 1942 cae jueves. ¿Qué día caerá el 1 de mayo del mismo año?

**Solución :**

Nº de días = 31 Ene + 28 Feb + 31 Mar + 30 Abr = 120 días

Pero:  $120 = 7 \cdot 17 + 1$

Lo cual significa que caerá un día después de jueves, es decir viernes.



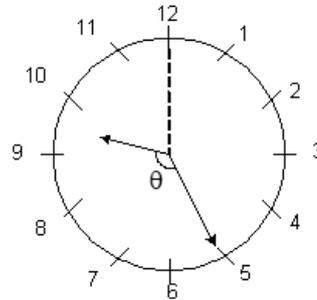
1. ¿A qué hora, inmediatamente después de las 7:00 p.m. las agujas de un reloj forman un ángulo de  $50^\circ$  por segunda vez?

A)  $7\text{h } 47\frac{3}{11}\text{min}$  B)  $7\text{h } 45\frac{2}{11}\text{min}$

C)  $7\text{h } 46\frac{4}{11}\text{min}$  D)  $7\text{h } 43\frac{7}{11}\text{min}$

E)  $7\text{h } 48\frac{5}{11}\text{min}$

2. Hallar " $\theta$ " en el gráfico



- A)  $120^\circ$  B)  $125,5^\circ$   
 C)  $128,7^\circ$  D)  $132,5^\circ$   
 E)  $124^\circ$

3. ¿Cada cuánto tiempo las agujas de reloj se superponen?

A)  $1\text{h } 6\text{min } 2\frac{3}{11}\text{s}$

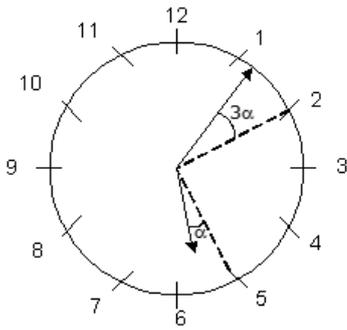
B)  $1\text{h } 4\text{min } 13\frac{2}{11}\text{s}$

C)  $1\text{h } 5\text{min } 27\frac{3}{11}\text{s}$

D)  $1\text{h } 5\text{min } 38\frac{5}{11}\text{s}$

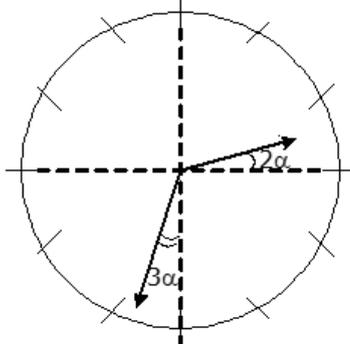
E)  $1\text{h } 5\text{min } 32\frac{3}{11}\text{s}$

4. ¿Qué hora es según el gráfico?



- A) 5 h 8 min.      B) 5 h 9 min.  
 C) 5 h 12 min.    D) 5 h 7 min.  
 E) 5 h 6 min.

5. ¿Qué hora indica el reloj de la figura?



- A) 2 h  $31\frac{1}{5}$  min  
 B) 2 h  $30\frac{1}{5}$  min  
 C) 2 h  $38\frac{1}{5}$  min  
 D) 2 h  $32\frac{1}{5}$  min  
 E) 2 h  $33\frac{1}{6}$  min

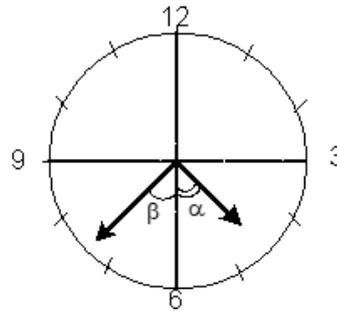
6. ¿A qué hora entre las 5 h y 6 h, el minutero equidista del horario y de la marca de las 12, por primera vez?

- A) 5 h 13 min.  
 B) 5 h 14 min.  
 C) 5 h  $14\frac{1}{11}$  min.  
 D) 5 h  $13\frac{1}{23}$  min.

E)  $5\text{ h } 5\frac{1}{13}\text{ min.}$

7. ¿Qué hora marca el reloj de la figura mostrada?, sabiendo que:

$$\beta - \alpha = \left(3\frac{3}{4}\right)^\circ$$



- A) 4 h 37 min. 30 s  
 B) 4 h 37 min. 20 s  
 C) 4 h 38 min. 30 s  
 D) 4 h 38 min. 20 s  
 E) 4 h 36 min. 40 s

8. Una persona al ver la hora, confunde el horario con el minutero y viceversa, y dice: "son las 4: 42". ¿Qué hora es realmente?

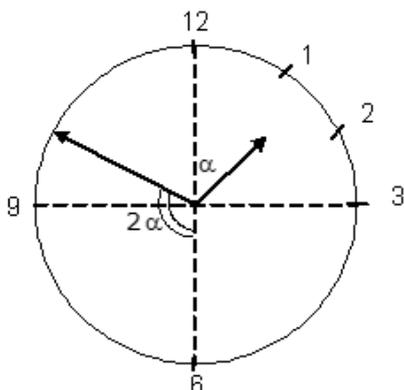
- A) 8:26    B) 8:22    C) 8:25    D) **8:24**    E) 8:29

9. Son más de las 5 pero aun no son las 7 de ésta mañana. Si el tiempo que había transcurrido desde las 5 hasta hace 20 minutos es igual a  $\frac{1}{9}$  del tiempo que faltará

transcurrir hasta las 7, pero dentro de 40 minutos. ¿Qué hora es?

- A) **5:30**    B) 5:25    C) 5:20    D) 6:10    E) 6:15

10. Según el gráfico, ¿qué hora indica el reloj?



- A) 1:24 B) 1:36 C) 1:48 D) 1:50 E) 1:52



- María le dice a Julio: "Mi reloj indica las 3:14 am", julio le contesta: "En el mío son las 5:18 am", entonces Rafael interviene y dice: "En el mío son más de las 4, pero menos de las 5 pm y el ángulo girado por el horario es igual a la suma de los ángulos girados por los horarios de sus relojes, respecto a la marca de los 3 y 5 respectivamente". ¿Qué hora es en el reloj de Rafael?  
A) 4:10am B) 4:18am C) 4:26am  
D) 4:32am E) 4:38am
- Pepe tiene un reloj malogrado que se adelanta 1min cada hora y Álvaro tiene un reloj que se atrasa 2 min cada hora, si se pone a la hora correcta ambos relojes a las 11 pm, ¿qué tiempo como mínimo debe transcurrir para que los relojes vuelvan a marcar la hora correcta simultáneamente?  
A) 15 días B) 18 días C) 30 días  
D) 35 días E) 28 días
- Alvarito al observar su reloj se da cuenta que a partir de hoy viernes a las 8 am empieza a atrasarse 4 min cada hora. ¿Qué hora marcará este reloj el día lunes más próxima a las 11 am?  
A) 7am B) 10:34am C) 7:12am  
D) 10:15am E) 6am

- El campanario de una iglesia toca 14 campanadas en 52 segundos. ¿Cuántas campanadas tocará en 32 segundos?  
A) 6 camp B) 9 camp C) 8 camp  
D) 7 camp E) 10 camp
- reloj tarda 2 segundos en dar 5 campanadas. ¿Cuánto tarda en dar 10 campanadas?  
A) 6 s B) 7 s C) 5 s D) 4,5 s E) 5,5 s

### SEMANA 09

#### TEMA 17: ANALISIS COMBINATORIO

El análisis combinatorio trata de ciertas técnicas de conteo muy importantes. Para los cálculos de combinaciones y permutaciones necesitaremos de una herramienta llamada factorial de un número.

#### FACTORIAL DE UN NÚMERO

Para "n" un número no negativo, la factorial de n, expresado como n! se define:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times (n - 1) \times n, \text{ para } n \geq 1$$

además:  $0! = 1$  (por convención)

$$1! = 1$$

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

#### PROPIEDAD:

$$n! = (n - 1)! \times n, \text{ para } n \geq 1$$

$$8! = 8 \times 7!$$

$$8! = 8 \times 7 \times 6!$$

#### PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

##### PRINCIPIO DE MULTIPLICACION

Si un evento A se puede realizar de "n" maneras diferentes, un segundo evento B se puede realizar de "m" maneras diferentes y que cada manera de efectuar A puede ser seguida por cualquiera de las maneras de efectuar B, entonces el evento A seguido por B, se puede efectuar de  $m \times n$  maneras diferentes.

##### PRINCIPIO DE ADICION

Si un evento A se puede realizar de “n” maneras, y otro evento “B” se puede realizar de “m” maneras, siendo A y B mutuamente excluyentes, entonces el evento A o el evento B se puede realizar de (m + n) maneras.

### COMBINACIONES

Las combinaciones son agrupaciones sin tener en cuenta el orden, solamente qué elementos intervienen.

Combinemos los números A, B, C Y D:

Tomando de 2 en 2:

AB, AC, AD, BC, BD y CD

Hay 6 combinaciones

Tomando de 3 en 3:

ABC, ABD, ACD y BCD

Hay 4 combinaciones

El número de combinaciones de “n” elementos tomándolos de k en k, se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$C_k^n = \frac{n!}{(n - k)! k!}$$

### PERMUTACIONES

Las permutaciones son arreglos u ordenamientos de todo o parte de los elementos de un conjunto, considerando el orden en su ubicación.

Permutemos los elementos A, B, C y D:

Tomando de 2 en 2:

AB, BA, AC, CA, AD, DA, BC, CB, BD, DB, CD, DC

Hay 12 permutaciones

El número de permutaciones de “n” elementos tomándolos de k en k, se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$C_k^n = \frac{n!}{(n - k)!}$$

### PERMUTACIONES CIRCULARES

Son ordenamientos de los elementos de un conjunto alrededor de un centro.

Para distinguir una permutación circular de otra se debe considerar un elemento fijo de

referencia. Equivale a permutar los (n – 1) elementos, está dado por:

$$Pc(n) = (n - 1)!$$

### PERMUTACIONES CON REPETICION

Los elementos que hemos considerado en las permutaciones son distinguibles entre sí. Ahora vamos a tratar con elementos algunos de los cuales no se diferencian entre sí.

Permutemos los elementos C, C, C, S, S:

CCCSS CCSCS CSCCS SCCCS SCCSC  
SCSCC SSCCC CCSSC CSSCC CSCCS

El número de permutaciones de “n” elementos de los cuales  $k_1$ , son de una clase,  $k_2$  son de otra clase, ...,  $k_m$  de una última clase, tal que:

$$k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_m \leq n$$

$$Pr (n: k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!}$$

### PROBLEMAS RESUELTOS

#### Ejemplo 1:

En un salón hay 8 hombres y 10 mujeres, **¿de cuántas maneras se puede elegir una pareja mixta para que bailen una marinera?**

**Resolución:**

De los 8 hombres elegimos uno. El hombre elegido puede hacer pareja con cualquiera de las 10 mujeres, tiene 10 posibilidades de hacer pareja.

Si cada hombre puede hacer 10 parejas, con los 8 hombres se puede hacer 8 x 10 parejas.

Rpta. 80

#### Ejemplo 2:

Una señorita tiene debajo de su cama 7 pares de botas y 3 pares de zapatillas, todos diferentes entre sí. **¿De cuántas maneras puede disponer de estos calzados para ir a estudiar?**

**Resolución:**

botas	zapatillas	total
7	3	= 10 maneras

#### Ejemplo 3:

Se quiere formar una comisión integrada por 3 personas. Si hay 7 candidatos, **¿Cuántas comisiones diferentes se puede formar?**

**Resolución:**

Cada comisión es una agrupación, no interesa el orden sólo interesa quienes integran la comisión. Cada comisión es una combinación:

$$C_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 35$$

**Ejemplo 4:**

Se tienen 3 bolas rojas y 2 negras todas enumeradas de 1 al 5. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar en fila?

Solución :

$$N = 5$$

$$k_1 = 3 \text{ (rojas)}$$

$$k_2 = 2 \text{ (negras)}$$

$$\rightarrow P_{3,2}^5 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10 \text{ maneras}$$

**Ejemplo 5:**

Simplifica la siguiente expresión:

$$E = \frac{37!}{36! + 35!}$$

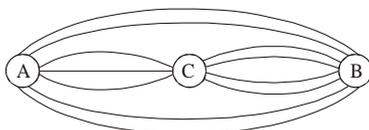
Solución :

$$E = \frac{37 \times 36 \times 35!}{36 \times 35! + 35!} = \frac{37 \times 36 \times 35!}{35! (36 + 1)}$$

$$E = 36$$



1. ¿Por cuántas rutas diferentes se puede ir de A a B?



- A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 24
2. Un producto se vende en 3 mercados: en el 1ro. se tiene disponible en 6 tiendas, en el 2do. en 5 tiendas y en 3er. mercado en 4 tiendas, ¿De cuántas maneras distintas puede adquirir una persona un artículo de dicho producto?

- A) 16 B) 30 C) 45 D) 15 E) 120

3. Simplificar la expresión:

$$P = \frac{32! + 31! + 30!}{30! + 31!}$$

- A) 30 B) 31 C) 33 D) 32 E) 34

4. Calcule el valor de 'x' en:

$$(2x - 1)! = 1! \times 2! \times 3! \times 10$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. ¿De cuántas maneras puede elegirse un comité de cuatro personas en un club de nueve miembros?

- A) 86 B) 100 C) 120 D) 126 E) 130

6. Calcúlese el número de permutaciones que pueden formarse con las letras: p, q, r, s, t.

a) tomados de 4 en 4

b) todos a la vez

Dar como respuesta la suma de los resultados.

- A) 1 080 B) 986 C) 872 D) 760 E) 240

7. Calcule el número de permutaciones que pueden formarse con las letras de la palabra 'OSHKOSH', tomadas todas a la vez.

- A) 630 B) 600 C) 586 D) 500 E) 490

8. Cuando se lanzó una moneda ocho veces en forma consecutiva, la 'cara' apareció tres veces y el 'sello' cinco veces en el siguiente orden SCCSCSSS. ¿En cuántos otros ordenes podrían haber aparecido?

- A) 55 B) 56 C) 57 D) 58 E) 59

9. En un examen formado por diez preguntas pueden omitirse tres de ellas. ¿Cuántas selecciones de siete preguntas por contestar pueden hacerse?

- A) 100 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

10. De un grupo de 8 hombres y 7 mujeres, ¿cuántos grupos mixtos de 7 personas se pueden formar sabiendo que en cada grupo hay 4 varones?
- A) 2350    B) 3450    **C) 2450**    D) 3630    E) 1500



1. Juan consulta en tres tiendas comerciales para comprar un televisor, donde le ofrecieron 3, 5 y 6 líneas de crédito, respectivamente, todas diferentes. ¿De cuántas maneras distintas puede adquirir su TV escogiendo una de las líneas de crédito?
- A) 3    B) 8    C) 90    **D) 14**    E) 12
2. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá ir de Lima a Tacna y regresar, si la ruta de regreso debe ser diferente a la de ida?
- A) 400    **B) 380**    C) 240    D) 399    E) 401
3. Un vendedor de gaseosas visita 2 veces a la semana a un distribuidor. ¿De cuántas maneras podrá el vendedor escoger dichos días de visita?
- A) 42    B) 12    C) 24    **D) 21**    E) 45
4. En una reunión de diplomáticos, se hablan 5 idiomas diferentes. ¿Cuántos traductores bilingües se necesitan por lo menos?
- A) 15    B) 12    **C) 10**    D) 60    E) 5
5. Un club tiene 20 socios. ¿De cuántas maneras se podrá formar una comisión de 3 miembros?
- A) 570    B) 2280    C) 2210    **D) 1140**    E) 6840

**SEMANA 09**

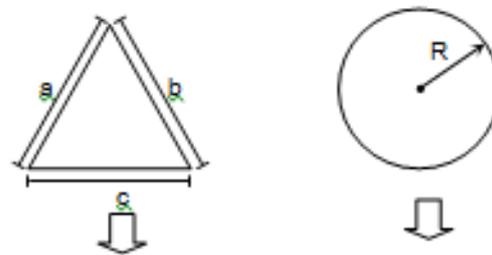
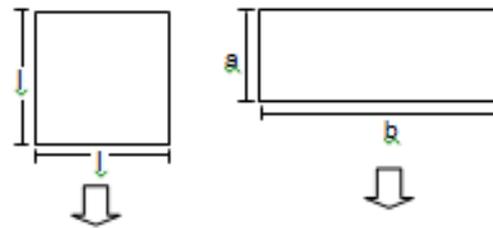
**TEMA 18: ÁREAS SOMBREADAS Y PERÍMETROS**

**CARACTERÍSTICAS**

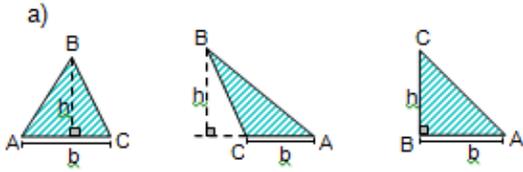
- "Las regiones sombreadas" son una porción del plano que están delimitadas a través de una línea cerrada sea poligonal o una curva cualquiera.
- La medida de la extensión de la superficie limitada se llama **ÁREA**; se expresa en unidades cuadradas ( $m^2$ ,  $km^2$ ,  $u^2$ ) y se simboliza con la letra "S".
- La línea que conforma el borde de la figura cerrada se llama **PERÍMETRO** y se simboliza por "2p"

**PERÍMETROS DE LAS PRINCIPALES REGIONES PLANAS**

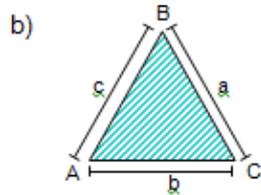
**PLANAS**



**ÁREAS DE LAS REGIONES TRIANGULARES**

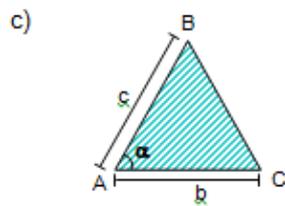


Fórmula General :  $S_{\Delta ABC} = \frac{b \times h}{2}$



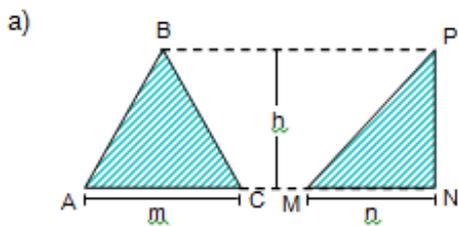
$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Donde : p = semiperímetro

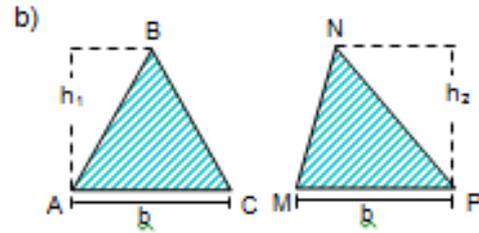


$$S_{\Delta ABC} = \frac{b \cdot c \cdot \text{Sen} \alpha}{2}$$

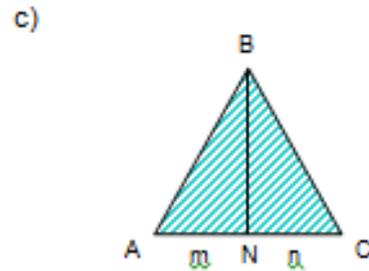
**PROPIEDADES BÁSICAS**



$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta MNP}} = \frac{m}{n}$$

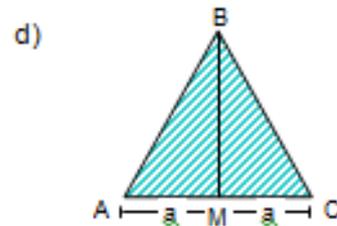


$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta MNP}} = \frac{h_1}{h_2}$$



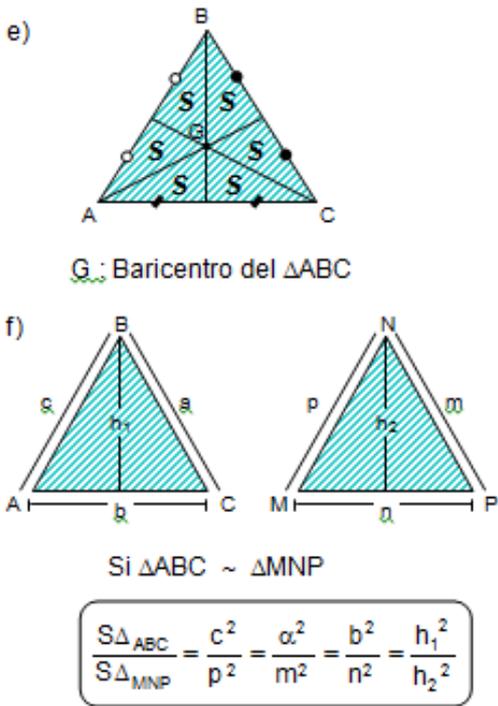
$\overline{BN}$  : Ceviana relativa a  $\overline{AC}$

$$\frac{S_{\Delta ABN}}{S_{\Delta BNC}} = \frac{m}{n}$$

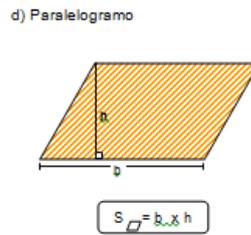
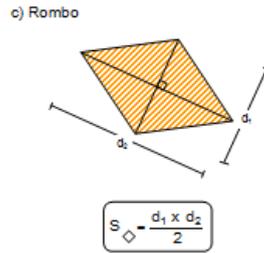
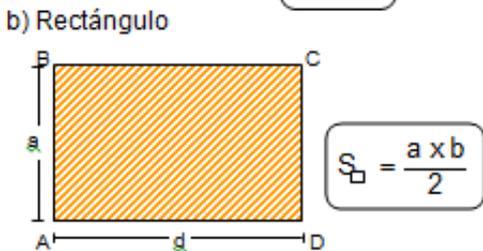
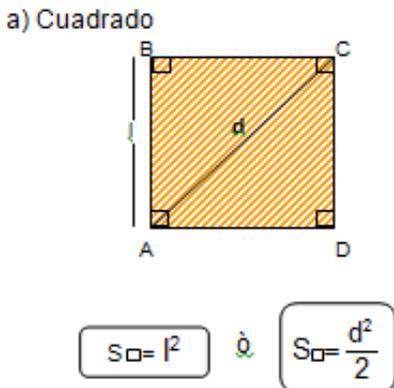


$\overline{BM}$  : Mediana relativa a  $\overline{AC}$

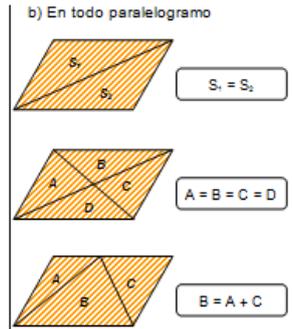
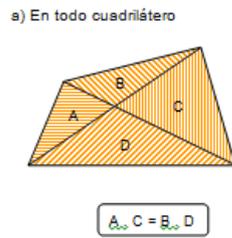
$$\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta BNC}} = \frac{m}{n}$$



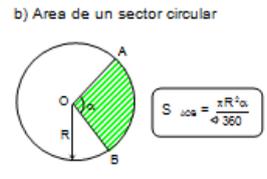
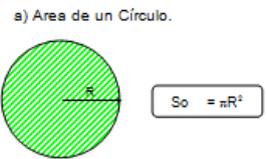
**ÁREA DE REGIONES CUADRANGULARES**



**6.- RELACION DE AREAS**



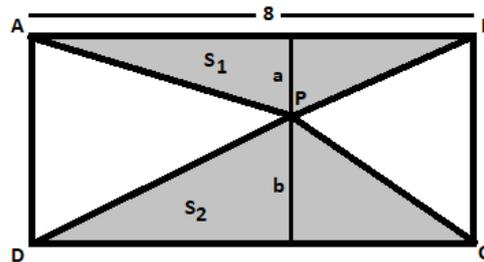
**7.- ÁREA DE REGIONES CIRCULARES**



**PROBLEMAS RESUELTOS**

**Ejemplo 1:**

En el interior de un triángulo ABCD de dimensiones 6 y 8 cm se toma un punto P el cual se une con los cuatro vértices. Calcule la suma de las áreas de los triángulos APB y DPC. (AB>BC)



Resolución.

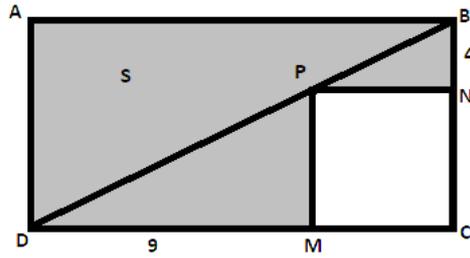
$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{8a}{2} + \frac{8b}{2}$$

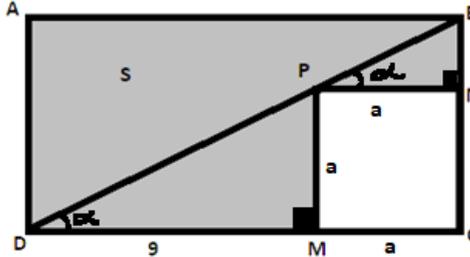
$$S = 4a + 4b \quad S = 4(a + b) \quad S = 4(6) \quad S = 24.$$

**Ejemplo 2:**

Calcule el área de la región sombreada si PNCM es cuadrado y ABCD es un rectángulo.



Resolución.



El triángulo DMP es congruente con el triángulo PNB:

$$\frac{a}{9} = \frac{4}{a}$$

$$a^2 = 36 \quad a = 6 \quad DC = 15 \quad \text{y} \quad BC = 10$$

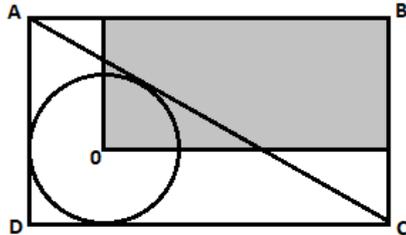
$$S = S_{ABCD} - S_{MPNC}$$

$$S = (15)(10) - 36 = 114$$

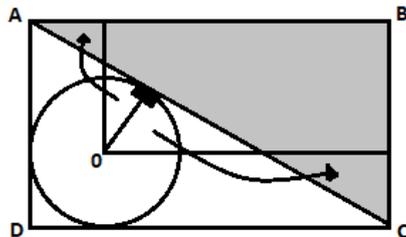
Rpta. 114

**Ejemplo 3:**

El área del rectángulo ABCD es  $18 \text{ cm}^2$  y O es centro del círculo. Calcule el área sombreada.



Resolución:



$$S = \frac{S_{ABCD}}{2}$$

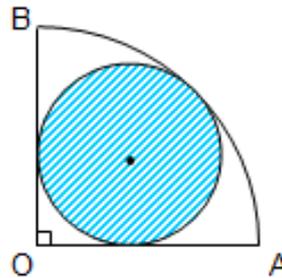
$$S = 18/2$$

$$S = 9 \text{ cm}^2$$

**Ejemplo 4:**

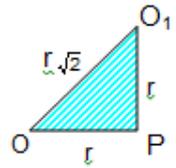
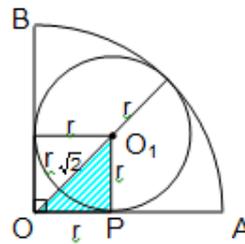
Halla el área del círculo sombreado.

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \sqrt{2} + 1$$



Solución:

Hallando el radio menor "r"



$$\sqrt{2} + r = \sqrt{2} + 1$$

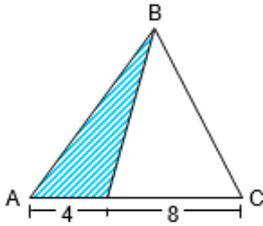
$$R(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2} + 1$$

$$r = 1$$

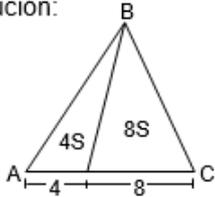
$$\rightarrow SO = \pi (1)^2 = \pi$$

**Ejemplo 5:**

Calcula el área de la región sombreada si el área de la región triangular ABC es  $120U^2$



Solución:



$\overline{BN}$  es ceviana  
 $\frac{S_{\Delta ABN}}{S_{\Delta BNC}} = \frac{4S}{8S}$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABN} + S_{\Delta BNC} = 120$$

$$= 4S + 8S = 120$$

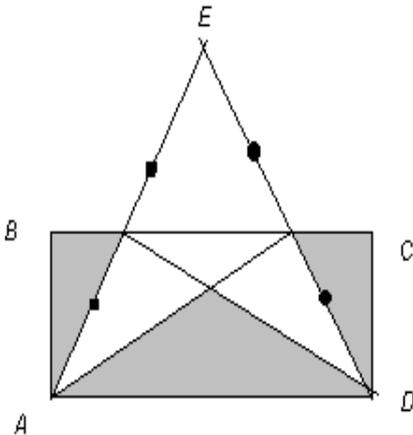
$$12S = 120$$

$$S = 10$$

$$\rightarrow S_{\Delta ABN} = 4S = 4(10) = 40U^2$$

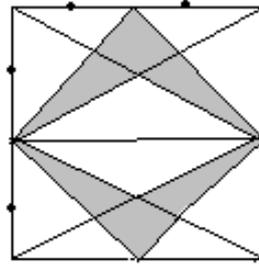


1. Si ABCD es un rectángulo de área 36 cm<sup>2</sup>.  
 Calcule el área de la región sombreada.



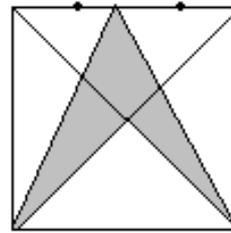
- A) 19 m<sup>2</sup>    B) 20 m<sup>2</sup>    **C) 21 m<sup>2</sup>**  
 D) 22 m<sup>2</sup>    E) 23 m<sup>2</sup>

2. Calcule el área de la región sombreada si el lado del cuadrado es 'L'



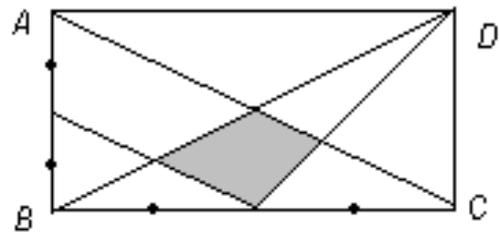
- A)  $L^2/4$     B)  $L^2/3$     C)  $2L^2/3$     D)  $3L^2/4$     E)  $L^2/8$

3. Halle el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado es 20 m.



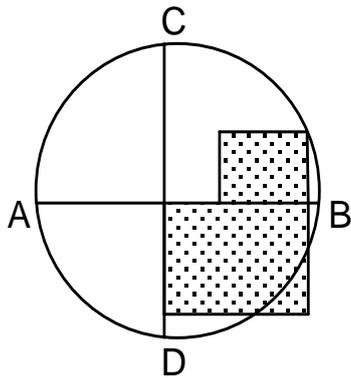
- A) 80 m<sup>2</sup>    B) 90 m<sup>2</sup>    **C) 100 m<sup>2</sup>**  
 D) 110 m<sup>2</sup>    E) 120 m<sup>2</sup>

4. Si: AB=9m BC=12m, calcular el área de la región sombreada.



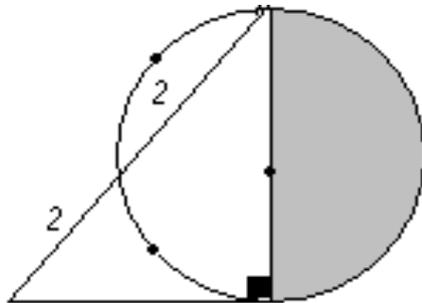
- A)  $45/4$     B)  $55/3$     C)  $35/3$     D)  $45/2$     E)  $45/8$

5. Halle la suma de las áreas de los dos cuadrados sombreados, si AB= 8m



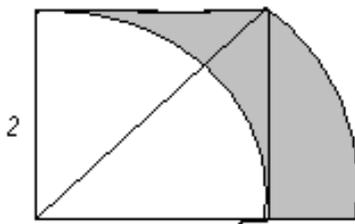
- A) 8    B) 12    C) 14    **D) 16**    E) 18

6. Calcule el área de la región sombreada



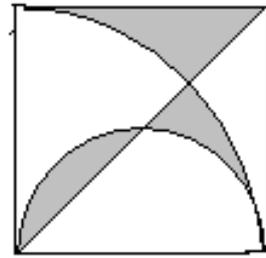
- A)  $\pi$     **B)  $2\pi$**     C)  $3\pi$     D)  $4\pi$     E)  $5\pi$

7. En la figura determinar el área de la región sombreada:



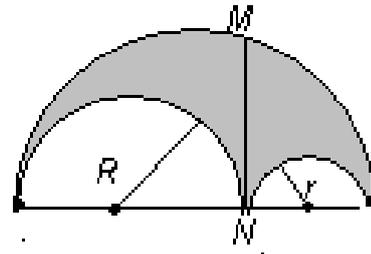
- A) **2**    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

8. En la figura determine el área de la región sombreada si el lado del cuadrado es 4 m.



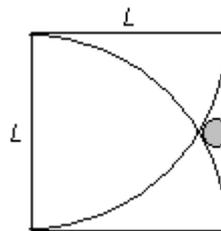
- A) 18    B) 12    **C) 4**    D) 6    E) 3

9. Halle el área de la región sombreada, si  $MN = 2u$



- A)  $3\mu^2$     B)  $2\pi\mu^2$     C)  $2(\pi-3)\mu^2$   
D)  $2(\pi-1)\mu^2$     **E)  $\pi\mu^2$**

10. Calcule el área del círculo si el lado del cuadrado es 64 cm.



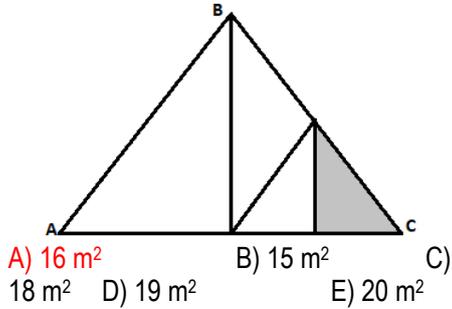
- A)  $8\pi$     B)  $10\pi$     C)  $12\pi$     D)  $14\pi$     **E)  $16\pi$**



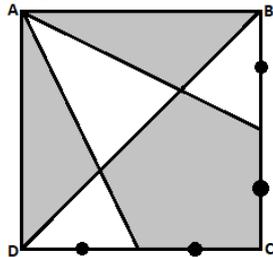
1. La suma de las áreas de 2 lotes cuadrados es de  $1525 \text{ m}^2$ . El rectángulo que tiene por ancho al lado del primer cuadrado y por largo al lado del segundo, tiene un área de  $750 \text{ m}^2$ . Halle el menor de las longitudes del rectángulo.

A) 30m B) 25m C) 35m D) 20m E) 15m

2. En la figura, los segmentos internos del triángulo ABC son medianas. Si el área del triángulo ABC es  $128 \text{ m}^2$ , halle el área sombreada.

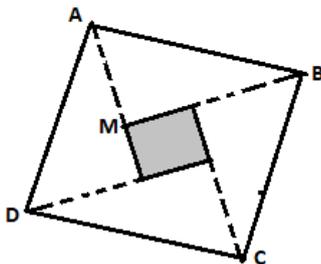


3. Hallar el área sombreada si el área total es  $180 \text{ m}^2$ , y ABCD es un cuadrado.



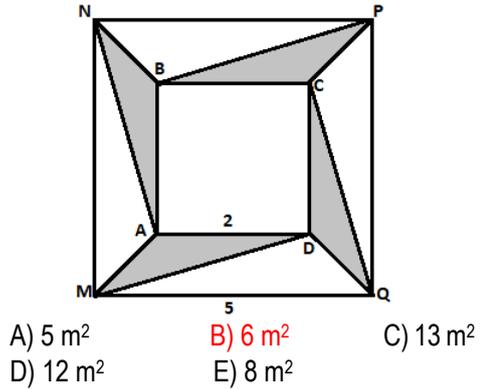
A)  $160 \text{ m}^2$  B)  $150 \text{ m}^2$  C)  $180 \text{ m}^2$   
D)  $190 \text{ m}^2$  E)  $120 \text{ m}^2$

4. ABCD es un cuadrado y el área de cada triángulo es  $125 \text{ m}^2$ . ¿Cuál será el área del cuadrado sombreado, si  $AM = \frac{MB}{2}$ ?



A)  $145 \text{ m}^2$  B)  $150 \text{ m}^2$  C)  $130 \text{ m}^2$   
D)  $125 \text{ m}^2$  E)  $120 \text{ m}^2$

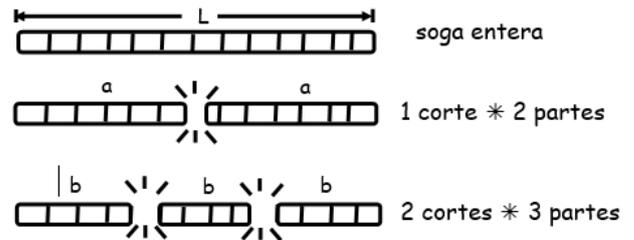
5. En la figura, ABCD y MNPQ son cuadrados. Calcular el área de la región sombreada.



### SEMANA 10

#### TEMA 19: CORTES, ESTACAS Y PASTILLAS

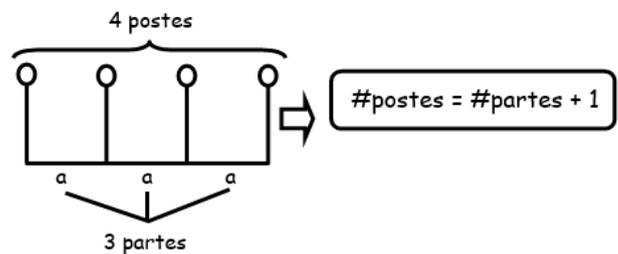
Por inducción elemental se puede obtener una relación entre el número de cortes que se debe aplicar a una soga y el número de partes iguales en que quedará dividida.



En general  $\curvearrowright$

$$\boxed{\# \text{ cortes} = \text{partes} - 1}$$

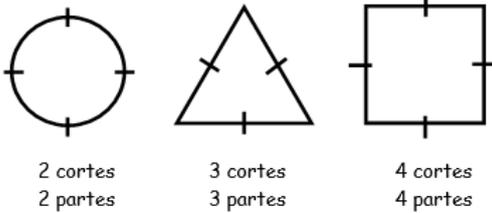
Una relación parecida se establece por analogía cuando se colocan partes o estacas a lo largo de un camino, por ejemplo:



En cualquier caso, se cumple:

$$\#partes = \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Longitu Unitaria}}$$

Cuando los cortes se hacen sobre una "longitud cerrada" como por ejemplo una circunferencia la relación entre cortes y partes es aún más sencilla.



\*

$\#cortes = \#partes$

**PROBLEMAS RESUELTOS**

**Ejemplo 1:**

Un boxeador asesta 3 golpes por segundo. ¿Cuántos golpes dará en un minuto, golpeando al mismo ritmo?

- A) 180   B) 120   C) 121   D) 181   E) 190

**RESOLUCIÓN**

3 golpes generan 2 intervalos que son medidos en 1 segundo.

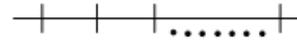
$$\begin{aligned} \rightarrow & \quad \begin{array}{c} 3g \xrightarrow{-1} \\ ?? \xrightarrow{+1} \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \text{ i } \underline{\hspace{1cm}} \text{ 1 seg} \\ ? \underline{\hspace{1cm}} \text{ 60 seg} <> 1 \text{ min} \end{array} \\ & \quad \quad \quad ? = \frac{60(2)}{2} = 120 \text{ i} \\ & \quad \quad \quad ?? = 120 + 1 = 121 \text{ golpes} \end{aligned}$$

**Ejemplo 2:**

Un segmento se divide en "n" partes, y a cada parte se le da "m" cortes, entonces el segmento queda dividido en "x",segmentos totales. Halle "x":

- A) nm                      B) (m+1)              C) (n+1)n  
D) (n-1)m              E) (m+1)n

**RESOLUCIÓN**



"n" partes → "n - 1" cortes



"m" cortes → "m + 1" partes

→ # partes = x = (m + 1) n



- Un tronco de árbol es seccionado en trozos de 11cm de largo c/u para leña; para esto se ha efectuado 20 cortes. **¿Cuál fue la longitud inicial del tronco?**  
A) 231 CM   B) 217   C) 242   D) 253   E) 180
- Un carpintero cobra S/. 15 por dividir un tronco de árbol en 4 partes iguales. **¿Cuánto tendremos que pagarle sin necesitamos que corte el árbol en 5 partes?**  
A) S/. 25   B) 22   C) 20   D) 30   E) 16
- Un joyero nos cobra S/. 25 por partir una barra de oro en dos pedazos. **¿Cuánto tendré que pagar si deseo partirla en seis pedazos?**  
A) S/. 125   B) 75   C) 50   D) 150   E) 175
- Se desea efectuar cortes de 5 metros de longitud de arco en un aro de 45 metros de longitud de circunferencia. **¿Cuántos cortes podremos efectuar?**  
A) 6   B) 9   C) 8   D) 7   E) 10
- A lo largo de un pasaje se desea plantar árboles cada 6 metros de tal modo que aparezca un árbol en cada extremo del pasaje que además tiene 138 metros de longitud. **¿Cuántos árboles se requieren para tal fin?**  
A) 22   B) 23   C) 24   D) 25   E) 48

6. Se desea plantar postes cada 15m a lo largo de una avenida de 645 m. Si se nos ha cobrado S/. 308 por el total de mano de obra. **¿Cuánto nos han cobrado por plantar cada poste sabiendo que pusieron uno al inicio y otro al final de la avenida?**  
A) S/. 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 9
7. En una pista de salto con vallas hay 15 de estas separadas por una distancia de 4m **¿Cuál es la longitud entre la primera y la última valla?**  
A) 52 M B) 56 C) 60 D) 64 E) 68
8. Se elevaron 28 postes a lo largo de una avenida cada 3 metros. Si cada poste mide 1,5 metros. **¿Cuál es la distancia que hay entre el primer y último poste?**  
A) 82 M B) 54 C) 81 D) 84 E) 104
9. En una varilla de madera de 196 cm de longitud se colocaron 28 clavos. Si los hay al inicio y al final de la varilla. **¿Cada cuántos centímetros se colocaron dichos clavos?**  
A) 5 m B) 8 C) 9 D) 12 E) 7
10. Lilia debe tomar cada 8 horas una cantidad de pastillas, que coincide con el número de periodos de 8 horas que durará su tratamiento, disminuido en tres. Si en total tomó 32 pastillas, **¿cuántas habrá tomado cuando se cumplan 24 horas de iniciado el tratamiento?**  
A) 16 B) 24 C) 20 D) 8 E) 12



1. Se tiene una barra de metal de 91 cm de largo que será dividida en trozos de 7 cm cada uno. **¿Cuánto es el costo de cada corte si el total del monto fue de S/.120?**  
A) S/.8 B) S/.9 C) S/.10  
D) S/.12 E) S/.13
2. En una tienda se tiene un stock de 124 metros de tela, y diario se vende un corte de

tela de 4 metros. **¿En cuántos días se cortará totalmente toda la tela?**

A) 28 B) 30 C) 29 D) 31 E) 25

3. Una varilla de fierro ha sido seccionada en pedazos de 24 cm de largo. Si se hicieron 11 cortes, **¿cuál es la longitud de la varilla?**  
A) 242 cm B) 264 cm C) 288 cm  
D) 292 cm E) 300 cm
4. Se desean plantar postes cada 15 m a lo largo de una avenida de 645 m. Como nos han cobrado S/.308 por el total de la mano de obra, **¿cuánto nos han cobrado por plantar cada poste si hay uno al inicio y otro al final de la avenida?**  
A) 32 B) 42 C) 17  
D) 34 E) 44
5. Se tiene un terreno rectangular, cuyo largo mide 10 cm y cuyo ancho mide 20 cm, donde se desean colocar postes cada 3 m. **¿Cuántos postes se necesitan en total?**  
A) 32 B) 20 C) 18  
D) 24 E) 27

## SEMANA 10

### TEMA 20: PROBABILIDADES

#### EXPERIMENTO ALEATORIO

Un experimento es un proceso que lleva a un resultado. Son ejemplos de experimentos soltar agua en un recipiente y medir el tiempo que tarda en llenar, lanzar un dado y ver que puntaje sale. Las probabilidades se aplican a experimentos aleatorios y no a los experimentos determinísticos.

#### ESPACIO MUESTRAL ( $\Omega$ )

Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

El espacio muestral del lanzamiento de un dado es:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

El espacio muestral del lanzamiento de una moneda es:

$$\Omega = \{\text{cara, sello}\}$$

Se traza una línea en el plano y se mide su longitud en milímetros, entonces el espacio muestral es el conjunto de los números reales positivos.

El número de elementos del espacio muestral de un experimento aleatorio se denomina **números de casos posibles**  $n(\Omega)$ .

### EVENTO O SUCESO (A)

Un evento es cualquier subconjunto del espacio muestral. Por ejemplo, del lanzamiento de un dado, un evento puede ser “**sale par**” =  $\{2, 4, 6\}$ . Cuando se lanza un dado y sale par entonces se dice que es un **caso favorable**. Hay tres casos favorables.

Otro evento del lanzamiento de un dado puede ser, sale **menor que 5** =  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Siempre que sale un puntaje menor que 5 es un caso favorable. En este caso hay 4 casos favorables.

### PROBABILIDAD CLASICA

La probabilidad de ocurrencia de un evento está dada por el cociente de números de casos favorables entre el número de casos posibles de ocurrencia.

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

### EVENTO SEGURO Y EVENTO IMPOSIBLE

Si en una urna hay bolas rojas y blancas, la probabilidad de que de esta urna salga una bola verde es 0, porque no hay ninguna bola verde. Es un evento imposible.

**P (evento imposible) = 0**

De una urna donde hay solamente bolas rojas, la probabilidad de obtener una bola roja es 1, porque la salida de cualquiera de las bolas rojas es un caso favorable. Esto es un evento seguro.

**P (evento seguro) = 1**

### PROBABILIDAD DE EVENTOS QUE NO TIENEN ELEMENTOS EN COMUN

El lanzamiento de un dado y de una moneda no tienen elementos en común.

Sean los eventos:

A: sale 5 en el dado y

B: sale cara en la moneda.

La probabilidad de que ocurra ambos eventos está dada por el producto de las probabilidades:

$$P(5 \text{ en el dado y cara en la moneda}) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

### PROBLEMAS RESUELTOS

#### Ejemplo 1:

En una urna hay 5 bolas rojas, 10 azules y 15 verdes. Se extrae una bola al azar. **Calcule la probabilidad de cada color.**

**Resolución:**

Cuando se extrae una bola al azar puede salir cualquiera de las bolas que hay en la urna:

Número de casos posibles =  $5 + 10 + 15 = 30$

$P(\text{roja}) = 5/30 = 1/6$

$P(\text{azul}) = 10/30 = 1/3$

$P(\text{verde}) = 15/30 = 1/2$

Rpta.  $1/6, 1/3, 1/2$

#### Ejemplo 2:

Se cuenta con un manajo de 5 llaves, solo 2 de las cuales abren una puerta. Si estando en oscuras se elige una de las llaves al azar, **¿Cuál es la probabilidad de que habrá una puerta?**

**Resolución:**

Se puede elegir cualquiera de las 5 llaves. Hay 5 casos posibles. Es un caso favorable si resulta elegida una de las 2 llaves que abren la puerta.

Hay 2 casos favorables.

$P(\text{llave correcta}) = 2/5$

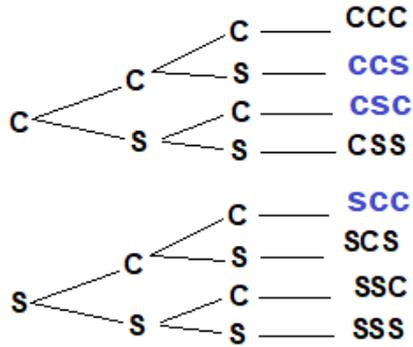
Rpta.  $2/5$

#### Ejemplo 3:

Se lanza tres veces una moneda. **¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 caras?**

**Resolución:**

Calculemos todos los casos posibles. Una técnica muy útil para ello es el diagrama de árbol. Denotemos con C “sale cara” y con S “sale sello”:



Los casos favorables son las que se muestran en color azul.

$$P(\text{CC}) = 3/8$$

Rpta. 3/8

**Ejemplo 4:**

Una caja contiene 7 lapiceros negros y 5 lapiceros azules, se extrae uno de ellos al azar. Determine la probabilidad de que el lapicero extraído no sea de color azul.

**Resolución:**

Definamos el suceso o evento (simbolizado por E) de la siguiente manera:

E : el lapicero extraído no es azul.

De acuerdo a la definición de probabilidad tenemos:

$$P(E) = \frac{\text{N}^\circ \text{ lapicero que no son azules}}{\text{N}^\circ \text{ total de lapiceros}}$$

$$\rightarrow P(E) = 7/12$$

**Ejemplo 5:**

Raúl rinden su práctica calificada y la calificación es de 0 a 20. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga una nota par mayor que 12?

**Resolución :**

El espacio muestra tendría 21 elementos (la nota va desde cero hasta 20) veamos:

$$\Omega = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 19, 20 \}$$

$$\text{Luego } (\Omega) = 21$$

Consideremos ahora el evento A:

A : Nota par mayor que 12.

$$A = \{14, 16, 18, 20\} \text{ luego: } n(A) = 4$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{4}{21}$$



1. Se lanzan un par de dados. Halle la probabilidad de obtener una suma múltiplo de 3.

A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{1}{4}$

2. Se lanzan tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que los resultados de cada dado sean impares?

A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{8}$       C)  $\frac{1}{4}$

D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$

3. Una bolsa contiene 4 bolas blancas y 2 negras, otra bolsa contiene 3 bolas blancas y 5 negras. Se extrae una bola de cada bolsa. Determinar la probabilidad de que ambas sean blancas.

A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{3}{8}$       C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\frac{1}{3}$

4. Se lanza un dado y dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo en el dado y dos sellos en las monedas?

A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{3}{8}$       C)  $\frac{1}{8}$

D)  $\frac{1}{12}$       E)  $\frac{2}{5}$

5. Se lanzan 4 monedas en forma simultánea. **¿Cuál es la probabilidad de obtener un sello y 3 caras?**

A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{5}$                       C)  $\frac{1}{6}$

D)  $\frac{1}{45}$                       E)  $\frac{1}{64}$

6. Desde un avión se suelta un proyectil dirigido hacia un blanco (región circular de radio 40 m). **¿Cuál es la probabilidad que el proyectil dé en el blanco, si está sobre una región circular de radio 20 m?**

A)  $\frac{1}{6}$                       B)  $\frac{1}{25}$                       C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{4}{21}$                       E)  $\frac{1}{4}$

7. Diez libros, de los cuales 6 son de física y 4 de química, se colocan al azar en un estante. **Determinar la probabilidad de que los libros de física queden juntos.**

A)  $\frac{1}{21}$                       B)  $\frac{1}{42}$                       C)  $\frac{4}{9}$

D)  $\frac{5}{42}$                       E)  $\frac{1}{4}$

8. En una caja se tiene 90 fichas numeradas del 1 al 90. **¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una ficha esta sea múltiplo de 3 o 7?**

A)  $\frac{19}{45}$                       B)  $\frac{17}{31}$                       C)  $\frac{4}{9}$

D)  $\frac{5}{45}$                       E)  $\frac{21}{35}$

9. Se pide a Diana que escriba un número de 3 cifras. **¿Cuál es la probabilidad de que sea múltiplo de 5?**

A)  $\frac{1}{6}$                       B)  $\frac{1}{5}$                       C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$                       E)  $\frac{5}{14}$

10. Ocho parejas de enamorados se encuentran en una reunión y se escogen dos personas al azar. **¿Cuál es la probabilidad que una se hombre y la otra mujer?**

A)  $\frac{8}{63}$                       B)  $\frac{15}{32}$                       C)  $\frac{8}{15}$

D)  $\frac{1}{2}$                       E)  $\frac{1}{4}$



1. **¿Cuál es probabilidad de obtener dos caras en el lanzamiento de dos monedas?**

A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{1}{4}$                       D)  $\frac{1}{5}$                       E)  $\frac{1}{6}$

2. **¿Cuál es la probabilidad de obtener dos sellos en el lanzamiento de tres monedas?**

A)  $\frac{1}{8}$                       B)  $\frac{2}{5}$                       C)  $\frac{3}{8}$   
D)  $\frac{5}{8}$                       E)  $\frac{7}{8}$

3. **¿Cuál es la probabilidad de obtener 8 al sumar los puntos de las caras superiores al lanzar 2 dados?**

A)  $\frac{6}{13}$                       B)  $\frac{5}{36}$                       C)  $\frac{4}{13}$   
D)  $\frac{3}{26}$                       E)  $\frac{3}{20}$

4. Se lanzan 2 dados, **¿Cuál es la probabilidad de obtener por lo menos 10 en la suma de los puntos de las caras superiores?**

A)  $\frac{1}{3}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{4}{9}$   
D)  $\frac{3}{4}$                       E)  $\frac{1}{6}$

5. se lanzan dos dados, **¿Cuál es la probabilidad de obtener a lo más 10 al multiplicar los puntos de las caras superiores?.**

A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{19}{36}$                       C)  $\frac{3}{4}$   
D)  $\frac{3}{8}$                       E)  $\frac{1}{9}$

**EL ÉXITO EMPIEZA CON EL ESFUERZO QUE TU HACES CADA DIA POR CUMPLIR TUS METAS.**